دراسة استمرار f عند (2)

4 4 $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2}(x-1) = 1 = f(2)$

4 ومنه f مستمر عند (2)

4 وبالتالي أصبح f مستمر على $[0,2]$

60 التمرين الثاني:

(1) $z^2 + pz + q = 0$

$z_1 + z_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-p}{1} = -p$

4 $-1+i-i = -1 = -p$

4 $\boxed{p=1}$

$z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} = \frac{q}{1} = q$

4 $(-1+i)(-i) = i+1 = 1+i = q$

$z^2 + z + 1 + i = 0$

(2)

4 $\frac{b-c}{a-c} = \frac{-1+i+i}{2+i} = \frac{-1+2i}{2+i}$

4 $= \frac{(-1+2i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

$= \frac{-2+i+4i+2}{4+1}$

$= \frac{5i}{5} = i$

4 $\frac{b-c}{a-c} = i$

4 $\arg\left(\frac{b-c}{a-c}\right) = \arg(i)$

4 $(\vec{CA}, \vec{CB}) = \frac{\pi}{2} \ (2\pi)$

4 فالمثلث ABC قائم في C ١٤

$\left|\frac{b-c}{a-c}\right| = |i|$

4 $\frac{|b-c|}{|a-c|} = 1$

$\frac{CB}{CA} = 1$

4 $BC = AC$

فالمثلث ABC متساوي الساقين

4 فأصبح المثلث ABC قائم في C ومتساوي الساقين

لما B ÷ المثلث ACB قائم في C ومتساوي الساقين

حتى يكون ACBD مربعاً

يكفي أن يكون متوازي أضلاع

(لأنه متوازي أضلاع فيه زاوية قائمة فهو مستطيل وفيه ضلعان متجاوران متساويان فهو مربع)

$\vec{CA} = \vec{BD}$

4 $z_{\vec{CA}} = z_{\vec{BD}}$

4 $z_A - z_C = z_D - z_B$

$a - c = d - b$

$d = a + b - c$

$d = 2 - 1 + i + i$

4 $\boxed{d = 1+2i}$

60 ملاحظة: إذا أثبت الطالب الشكل الرباعي ACBD مربعاً بطريقة أخرى صحيحة ويعطى العلامة المناسبة.

السؤال الثالث :

$f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

4 $f(x) - y_D = -\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

4 $= -\frac{\ln(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$

4 $= -2\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

4 $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \lim_{X\to+\infty} \frac{\ln X}{X} = 0$

4 ومنه $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y_D) = 0$

فالمستقيم D الذي معادلته
$y = x+1$
مقارب مائل للخط البياني في جوار $+\infty$

لدراسة وضع C بالنسبة إلى D
ندرس إشارة الفرق

4 $f(x) - y_D = -\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

$\ln x = 0$ عندما $f(x) - y_D = 0$

4 ومنه $\boxed{x=1}$

4

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		C يقع فوق D	نقطة مشتركة بين C و D $(1,2)$	C يقع تحت D	

4 4

40

السؤال الرابع :

$Z = \left(\sin\frac{\pi}{7} + i\cos\frac{\pi}{7}\right)^7$

5+5 $Z = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right)\right)^7$

5+5 $Z = \left(\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{14}\right)\right)^7$

5+5 $Z = \left(\cos\left(\frac{5\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)\right)$

5 $Z = \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

$Z = 0 + i$

5 $\boxed{Z = i}$

40

ثانياً : حل التمارين الأربع الآتية :

التمرين الأول :

4 $f(x) = x.E(x) - \frac{1}{2}E(x)(1 + E(x))$

(1)

4+4 4+4 4+4
$$f(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \le x < 1 \\ x-1 & : 1 \le x < 2 \\ 1 & : x = 2 \end{cases}$$

(2) التابع $x \mapsto 0$ مستمر على $[0,1[$

التابع $x \mapsto x-1$ مستمر على $[1,2[$

4 حتى يكون f مستمراً على $[0,2]$ يجب أن يكون مستمراً عند 1 و 2.

دراسة استمرار f عند 1

4 $\lim_{x\to1^-} f(x) = \lim_{x\to1^-}(0) = 0$

4 $f(1) = 1 - 1 = 0$

4 $\lim_{x\to1} f(x) = f(1)$

4 ومنه f مستمر عند 1

أولاً: أجيب عن الأسئلة الأربعة الآتية:

السؤال الأول:

① f معرفة على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$

2 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2 $\lim_{x\to0^-} f(x) = +\infty$

2 $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$

2 مستقيم مقارب شاقولي $\boxed{x=0}$

2 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

ومنه

2 مستقيم مقارب أفقي $y=0$

②
2 $f(-2)=2$

2 $f(2)=1$

2 $f(1)=0$

2 $f'(-2)=0$

2 $f'(2)=0$

$f'(1)=?$

إنّ $f'(1)$ تعني ميل المماس لمنحني C في النقطة التي فاصلتها 1 ونلاحظ أن هذا المماس يمر بالنقطتين $(1,0)$ و $(0,-4)$

2 $m = \frac{0-(-4)}{1-0} = 4$

3 ومنه $f'(1)=4$

③ المستقيم Δ يمر بالنقطتين $O(0,0)$ و $(-2,1)$

2 $m_\Delta = \frac{1-0}{-2-0} = -\frac{1}{2}$

2 $\Delta: y = -\frac{1}{2}x$

3 $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = a = -\frac{1}{2}$ ميل المقارب المائل

④ 2+2 $f(\mathbb{R}^*) =]-\infty,1]\cup[2,+\infty[$

40

السؤال الثاني:

$\vec{SA}\cdot\vec{SB} = \|\vec{SA}\|\cdot\|\vec{SB}\|\cos\frac{\pi}{3}$

4 $= a\cdot a\cdot\frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}$

4 $\vec{AH}\cdot\vec{DB} = 0$

(لأن قطري مربع متعامدان)

4 $\vec{SA}\cdot\vec{AC} = \vec{HA}\cdot\vec{AC}$

لأن المسقط القائم للشعاع $\vec{SA}$ على حامل الشعاع $\vec{AC}$ هو $\vec{HA}$

$\vec{SA}\cdot\vec{AC} = -\|\vec{HA}\|\cdot\|\vec{AC}\|$

4 $= -\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)(\sqrt{2}a)$

(قطر المربع الذي طول ضلعه a هو $\sqrt{2}a$)

4 $\vec{SA}\cdot\vec{AC} = -a^2$

$\vec{HI}\cdot\vec{SC} = \frac{1}{2}\vec{DC}\cdot\vec{SC}$

($\vec{HI} = \frac{1}{2}\vec{DC}$ لأن) (القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وتساوي نصف طوله)

4 $\vec{HI}\cdot\vec{SC} = \frac{1}{2}(-\vec{CD})\cdot(-\vec{CS})$

$= \frac{1}{2}\vec{CD}\cdot\vec{CS}$

$= \frac{1}{2}a\cdot a\cdot\cos\frac{\pi}{3}$

4 $= \frac{1}{2}a^2\frac{1}{2} = \frac{a^2}{4}$

4 $\vec{SA}\cdot\vec{SC} = \vec{SA}\cdot(\vec{SA}+\vec{AC})$

4 $= \vec{SA}\cdot\vec{SA}+\vec{SA}\cdot\vec{AC}$

4 $= a^2 - a^2 = 0$

40

التمرين الثالث :

ليكن g التابع الاشتقاقي على $I=]-1,1[$ ومشتقه على I هو $g'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

ولنعرّف f التابع المعرّف على $J=]\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}[$ وفق $f(x)=g(\sin x)$. أثبتي أنّ $f'(x)=-1$.

التمرين الرابع:

ليكن العددان العقديان $z_1=-3e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_2=2-2i$.

❶ اكتبي كلاً من z_1 و $z_1\cdot z_2$ بالشكل الجبري .

❷ اكتبي كلاً من z_1 و z_2 و $z_1\cdot z_2$ بالشكل الأسي .

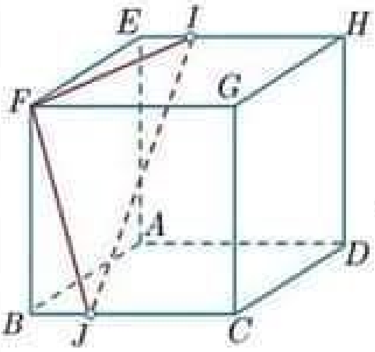
❸ استنتجي قيمة كلٍ من $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.

ثالثاً: حلي المسألتين الآتيتين : (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 1 . النقطتان I و J يحققان: $3\overrightarrow{EI}=\overrightarrow{EH}$ و $3\overrightarrow{BJ}=\overrightarrow{BC}$.

باختيار معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



❶ عيّني إحداثيات رؤوس المكعّب في المعلم المعطى. وإحداثيات النقطتين I و J.

❷ المستقيم المرسوم من النقطة G العمودي على المستوي (FIJ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة N إحداثياتها من الشكل $N(x,y,0)$.

أوجدي بدلالة x و y كل من $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FI}$ و $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FJ}$ ثم استنتجي إحداثيات النقطة N.

❸ أثبتي أنّ النقطة F تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[IJ]$.

ثمّ عيّني إحداثيات النقطة M التي تجعل الرباعي $IFJM$ معيّن .

وتحقّقي أنها تنتمي إلى المستقيم (AD) .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $I=]0,1[\cup]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$

❶ احسبي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي .

❷ ادرسي تغيّرات التابع f و نظّمي جدولاً به . ودلّي على قيمته الصغرى محلياً .

❸ استنتجي من جدول تغيّرات التابع f أنّ للمعادلة $f(x)=-1$ حل وحيد في I .

❹ ارسمي ما وجدتيه من مقاربات ثمّ ارسمي C واستنتجي رسم الخط C_1 للتابع f_1 المعيّن بالعلاقة : $f_1(x)=\dfrac{x}{|\ln x|}$.

....انتهت الأسئلة..

الفقرة ثانياً

التمرين الثالث البديل:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق

$$f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$$

ادرس قابلية اشتقاق التابع عند الصفر

الحل:

نضع تابع معدل التغير للتابع f عند الصفر

5 $$g(x) = \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$$

المعرف على $\mathbb{R}^*$

$$g(x) = \frac{\frac{x^2+|x|}{x^2+1} - 0}{x-0}$$

5 $$g(x) = \frac{x^2+|x|}{x(x^2+1)}$$

5 $|x| = x$ حالة أولى $x > 0$

$$g(x) = \frac{x^2+x}{x(x^2+1)}$$

5 $$g(x) = \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)} = \frac{x+1}{x^2+1}$$

5+5 $$\lim_{x \to 0^+} [g(x)] = 1 = f'(0^+)$$

حالة ثانية

5 $|x| = -x$ $x < 0$

$$g(x) = \frac{x^2-x}{x(x^2+1)}$$

5 $$g(x) = \frac{x(x-1)}{x(x^2+1)}$$

5 $$g(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$$

١٨

5 $$\lim_{x \to 0^-} [g(x)] = -1 = f'(0^-)$$

نلاحظ أن

5 $$\lim_{x \to 0^-} [g(x)] \neq \lim_{x \to 0^+} [g(x)]$$

5 فالتابع f ليس اشتقاقياً عند الصفر

60 المجموع

المسألة الثانية :

$f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$

① f معرفة ومستمرة واشتقاقية على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

4 $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$

4 $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$

4 $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$ $\boxed{x=1}$ مستقيم مقارب شاقولي

4 $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

② f معرفة ومستمرة واشتقاقية على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

4 $f'(x) = \dfrac{1\ln x - \frac{1}{x}x}{(\ln x)^2}$

4 $f'(x) = \dfrac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$

4 $f'(x)=0$ عندما $\ln x - 1 = 0$

4 $\ln x = 1$

4 ومنه $\boxed{x=e}$

4 $f(e) = e$

4

x	0		1		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘	e	↗	$+\infty$

4 $f(e)=e$ قيمة صغرى محلية

③ في المجال $]0,1[$ يكون f مستمراً ومتناقصاً تماماً فيه 4

4 $f(]0,1[) =]-\infty,0[$

و $-1 \in]-\infty,0[$

4 فالمعادلة $f(x)=-1$ لها حل وحيد يقع في المجال $]0,1[$

4 في المجال $]1,+\infty[$ يكون f مستمراً عليه

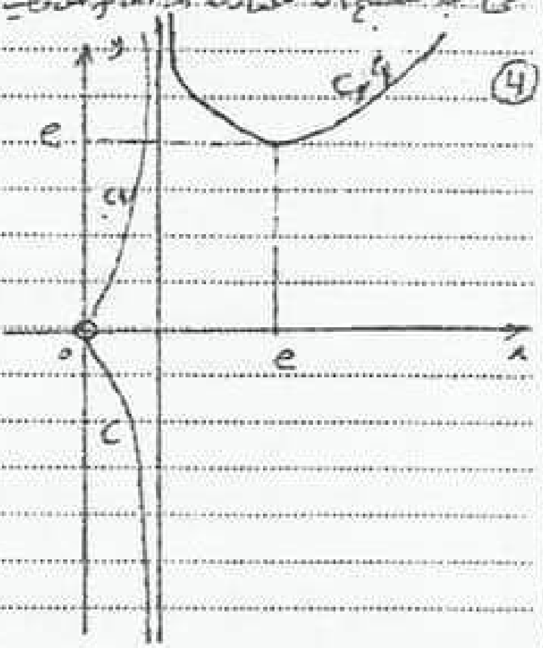
4 $f(]1,+\infty[) = [e,+\infty[$

4 و $-1 \notin [e,+\infty[$

4 فليس للمعادلة $f(x)=-1$ أي حل في المجال $]1,+\infty[$

مما سبق نستنتج أن للمعادلة $f(x)=-1$ حل وحيد

④



4 + 4

$f_1(x) = \dfrac{x}{|\ln x|}$

4 $f_1(x) = \dfrac{|x|}{|\ln x|}$

4 $f_1(x) = \left|\dfrac{x}{\ln x}\right| = |f(x)|$

ومنه C_1 ينطبق على C بالمحافظة على نقاط C التي تراتيبها موجبة وأخذ نظائر نقاط C التي تراتيبها سالبة بالنسبة إلى محور الفواصل

100 انتهت الأجوبة .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

3+3 (1) $A(0,0,0)$ ، $E(0,0,1)$

3+3 $B(1,0,0)$ ، $F(1,0,1)$

3+3 $D(0,1,0)$ ، $H(0,1,1)$

3+3 $C(1,1,0)$ ، $G(1,1,1)$

3+3 $I(0,\frac{1}{3},1)$ ، $J(1,\frac{1}{3},0)$

3 (2) $\overrightarrow{GN}(x-1, y-1, -1)$

3 $\overrightarrow{FI}(-1, \frac{1}{3}, 0)$

3 $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FI} = -x+1+\frac{1}{3}(y-1)+0$

3 $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FI} = -x+1+\frac{y-1}{3}$

3 $\overrightarrow{FJ}(0, \frac{1}{3}, -1)$

3 $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FJ} = \frac{y-1}{3}+1$

لاستنتاج إحداثيات النقطة N

$(GN) \perp (FIJ)$ ومنه

3+3 $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FI}=0$ و $\overrightarrow{GN}\cdot\overrightarrow{FJ}=0$

3+3 $-x+1+\frac{y-1}{3}=0$ (1) و $\frac{y-1}{3}+1=0$ (2)

من (2) نجد أن

3 $\frac{y-1}{3}=-1$ نعوض في (1)

$-x+1-1=0$

3 $\boxed{x=0}$

3 $y-1=-3 \Rightarrow \boxed{y=-2}$

3 ومنه $N(0,-2,0)$ ١٦

---

(3)

2 $FI=\sqrt{(-1)^2+(\frac{1}{3})^2+(0)^2}$

3 $FI=\sqrt{1+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

2 $FJ=\sqrt{(0)^2+(\frac{1}{3})^2+(-1)^2}$

3 $FJ=\frac{\sqrt{10}}{3}$

3 $FI=FJ$

فالمثلث IFJ متساوي الساقين في F

نفرض $M(x,y,z)$

حتى يكون الرباعي $IFJM$ معيناً

يكفي أن يكون متوازي أضلاع لأن فيه ضلعان متجاوران متساويان

3 $\overrightarrow{FJ}=\overrightarrow{IM}$

$$\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{3}\\ -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\ y-\frac{1}{3}\\ z-1\end{pmatrix}$$

3
$$\begin{cases}x=0\\ y=\frac{2}{3}\\ z=0\end{cases}$$

3 $M(0,\frac{2}{3},0)$

(AD) يمثل المحور الثاني في المعلم

3 وأي نقطة منه إحداثياتها من الشكل $(0,y,0)$

3 ومنه $M(0,\frac{2}{3},0)$ نقطة منه

100

التمرين الثالث :

$f(x) = g(\sin x)$

6+6 $f'(x) = (\sin x)' \cdot g'(\sin x)$

6 $f'(x) = \cos x \dfrac{1}{\sqrt{1-\sin^2 x}}$

6 $f'(x) = \cos x \dfrac{1}{\sqrt{\cos^2 x}}$

6 $f'(x) = \cos x \dfrac{1}{|\cos x|}$

6 عندما $x \in]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}[$ فإن x تقع في الربعين الثاني والثالث

و $\cos x < 0$ في هذا المجال

6 ومنه $|\cos x| = -\cos x$

6+6+6 $f'(x) = \cos x \dfrac{1}{-\cos x} = -1$

60

التمرين الرابع :

$Z_1 = -3e^{-i\frac{\pi}{3}}$

$Z_2 = 2-2i$

(1) $Z_1 = -3e^{-i\frac{\pi}{3}}$

3 $Z_1 = -3\left(\cos(-\frac{\pi}{3}) + i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)$

3 $Z_1 = -3\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

3 $\boxed{Z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i}$

$Z_2 = 2-2i$

3 $Z_1 \cdot Z_2 = \left(-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i\right)(2-2i)$

3 $Z_1 \cdot Z_2 = -3 + 3i + 3\sqrt{3}i + 3\sqrt{3}$

3 $\boxed{Z_1 \cdot Z_2 = (3\sqrt{3}-3) + i(3\sqrt{3}+3)}$

(2) $Z_1 = -3e^{-i\frac{\pi}{3}}$

3 $Z_1 = e^{i\pi} \cdot 3e^{-i\frac{\pi}{3}}$

3 $\boxed{Z_1 = 3e^{\frac{2\pi}{3}i}}$

$Z_2 = 2-2i$

3 $r = |Z_2| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

3 $\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\theta \in$ الربع الرابع

3 3 $\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$; $\theta = -\frac{\pi}{4}$

3 $Z_2 = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$

3 $Z_1 \cdot Z_2 = 6\sqrt{2}e^{i(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{4})}$

3 $Z_1 \cdot Z_2 = 6\sqrt{2}e^{i(\frac{5\pi}{12})}$

(3) بالمطابقة بين الشكل الجبري والأسي للعدد $Z_1 Z_2$ نجد

3 $6\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}} = (3\sqrt{3}-3) + i(3\sqrt{3}+3)$

3 $e^{i\frac{5\pi}{12}} = \dfrac{3\sqrt{3}-3}{6\sqrt{2}} + i\dfrac{3\sqrt{3}+3}{6\sqrt{2}}$

3 $e^{i\frac{5\pi}{12}} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} + i\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$

3 ومنه $\boxed{\cos\frac{5\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}}$

3 $\boxed{\sin\frac{5\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}}$

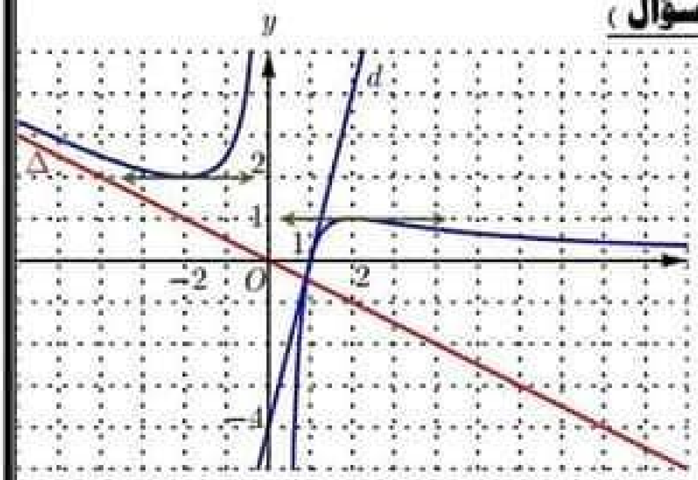
60

مدارس الأوائل النموذجية
الخاصة للبنات

الامتحان النصفي في مادة الرياضيات — الاسم :.........

للصف الثالث الثانوي العلمي (2020–2021) — النموذج : B — الدرجة: 600

أولاً : أجيبي عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ الذي يقبل مقارب مائل Δ والمستقيم d مماس C في النقطة التي فاصلتها $x=1$ والمرسوم في الشكل المجاور :

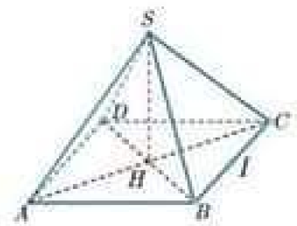
❶ أوجدي نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتجي معادلة كل مستقيم مقارب أفقي أو شاقولي للخط C.

❷ أوجدي $f(-2)$ و $f(2)$ و $f(1)$ و $f'(-2)$ و $f'(2)$ و $f'(1)$.

❸ اكتبي معادلة المستقيم Δ ثمّ استنتجي $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$.

❹ عيّني $f(\mathbb{R}^*)$.

السؤال الثاني:



نتأمّل هرماً $S-ABCD$ قاعدته مربّع ورأسه S وطول كل حرف من حروفه وأضلاع قاعدته يساوي a.
والنقطة I منتصف $[BC]$. احسبي كلاً من :
$\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SB}$ و $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{HI}\cdot\overrightarrow{SC}$ و $\overrightarrow{SA}\cdot\overrightarrow{SC}$

السؤال الثالث :

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=x+1-\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

أثبتي أنّ المستقيم Δ الذي معادلته : $y=x+1$ مقارب مائل للخط C_f وادرسي وضع C_f بالنسبة إلى Δ .

السؤال الرابع: اكتبي بالشكل الجبري العدد العقدي : $z=(\sin\frac{\pi}{7}+i\cos\frac{\pi}{7})^7$

ثانياً : حلي التمارين الأربع الآتية : (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

يرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x .

ليكن f التابع المعرّف على $[0,2]$ وفق العلاقة : $f(x)=x\cdot E(x)-\dfrac{1}{2}E(x)(1+E(x))$

❶ اكتبي $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$ (لا تحوي $E(x)$) .

❷ بيّني ما إذا كان f مستمراً على المجال $[0,2]$ أم لا ؟ .

التمرين الثاني :

❶ أوجدي عددين عقديين p و q كي تقبل المعادلة $z^2+pz+q=0$ العددين $-1+i$ و $-i$ جذرين لها .

❷ لتكن النقاط A و B و C التي تمثّلها الأعداد العقدية $a=2$ و $b=-1+i$ و $c=-i$ بالترتيب .

أوجدي $\dfrac{b-c}{a-c}$ واستنتجي نوع المثلث ACB ، ثمّ عيّني العدد العقدي d الممثّل للنقطة D ليكون الرباعي $ACBD$ مربعاً .

يوجد صفحة ثانية يرجى قلب الصفحة