CHAPTER 1 : BASIC CONCEPTS OF ALGEBRA

المفاهيم الأساسية للجبر

SECTION 1 – 1 : SETS AND REAL NUMBERS المجموعات و الأعداد الحقيقية

بعض التعريفات المهمة

Set : المجموعة

A set is a collection of elements المجموعة عبارة عن مجموعة من العناصر

For Example : Set $B = \{a, b, 1, 4\}$

Subset : مجموعة جزئية

If every element of set A is also an element of set B . then A is subset of B ($A \subseteq B$)

اذا كان كل عنصر من مجموعة A يكون عنصر في B فان A مجموعة جزئية من B

Equality of Sets : المجموعات المتساوية

If the sets A and B contain the same elements then $A = B$

اذا كانت المجموعات تحتوي نفس العناصر فانهما متساويان او متطابقان

Union of two sets : اتحاد مجموعتان

The set that contains all elements in A or in B or in both A and B

اتحاد مجموعتين يعطي مجموعة تعطي جميع العناصر في A و جميع العناصر B او كليهما (كل العناصر)

$A \cup B = \{x : x \in A \text{ or } x \in B\}$

Intersection of two sets : تقاطع مجموعتين

The set that consists of all elements in A and B at the same time

تقاطع مجموعتين يعطي مجموعة تحتوي العناصر المشتركة بين المجموعتين

$A \cap B = \{x : x \in A \text{ and } x \in B\}$

The difference of two sets : فرق بين مجموعتين

The set of all elements in A but not in B

فرق بين المجموعتين تعطي مجموعة العناصر الموجودة بالمجموعة A و ليست موجودة بالمجموعة B

$A - B = \{x : x \in A \text{ and } x \notin B\}$

Ex : list all elements in the following sets using set notation

1. Vowels in the English alphabet. الحروف الهجائية المتحركة بالإنجليزية
2. First seven prime numbers. أول سبع أرقام أولية
3. Even integrs between 50 and 63 الاعداد الصحيحة الزوجية بين 50 و 63

solution:

1. Vowels in the English alphabet

$V = \{ a , e , i , o, u \}$

2. First seven prime numbers.

$P = \{ 2 , 3 , 5 , 7 , 11 \}$

3. Even integrs between 50 and 63

$E = \{52 , 54 , 56 , 58 , 60 , 62\}$

Ex : Identify the elements in each set , assuming

$A = \{w , x , y , z \}$, $B = \{x , y \}$, $C = \{x , y , z \}$, and $D = \{z \}$

1. $A \cup B = \{w , x , y , z \}$, 2. $A \cap B = \{x , y \}$, 3. $B \cap C = \{x , y \}$
4. $B \cap D = \varnothing$ 5. $B \cup D = \{x , y , z \}$
6. $B \cap (C \cup D) = \{x , y \} \cap \{x , y , z \} = \{x , y \}$
7. $(A \cap C) \cup D = \{x , y , z \} \cup \{z \} = \{x , y , z \}$
8. $B \cup \varnothing = \{x , y \}$ 9. $C \cap \varnothing = \varnothing$
10. $A - B = \{w , z \}$
11. $B - C = \phi$

The sets of numbers

* Natural numbers : $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$ الأعداد الطبيعية

---

* Integers numbers $\mathbb{Z} = \{....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ الأعداد الصحيحة

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$

$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, ...\}$

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$

* Rational numbers $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} : \; p,q \in \mathbb{Z} \; ; \; q \neq 0 \right\}$ الأعداد الكسرية

For example : $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, 5 , $-\frac{3}{10}$, $0.\overline{34}$

* Irrational numbers I الأعداد الغير منطقية

For example : $\sqrt{2}$, π , e

* Real numbers $\mathbb{R}$ الأعداد الحقيقية

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I$

- ملحوظة : الأعداد الحقيقية تحتوي جميع الأعداد السابقة و لا تحتوي جذور الأعداد السالبة $\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$

** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Ex : Answer by **True** or **False**

1. $0 \in \mathbb{N}$ (False)
2. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ (True)
3. $I \in R$ (False)
4. $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z}$ (False)
5. $\{2,2,2\} = \{2\}$ (True)
6. $\{1,2,3\} = \{3,1,2\}$ (True)
7. $1 = \{1\}$ (False)
8. $1 \subseteq \{1,2\}$ (False)
9. $\{1\} \in \{1,2\}$ (False)
10. $\{1\} \subseteq \{1,2\}$ (True)

ملحوظة هامة :

- العلامة $\subset$ or $\subseteq$ مجموعة جزئية تستخدم في العلاقة بين المجموعات
- العلاقة $\in$ علاقة الانتماء تستخدم في علاقة انتماء عنصر داخل مجموعة

23. Put a check mark in each box if the number is an element of that set.

	Natural	Integer	Rational	Irrational	Real
2	✓	✓	✓		✓
$\frac{3}{5}$			✓		✓
$\sqrt{10}$				✓	✓
$\sqrt{2}$				✓	✓
0.35			✓		✓
0		✓	✓		✓

$\frac{6}{0}$	Not	Not	Not	Not	Not
-2		✓	✓		✓
0.25481931...				✓	✓
0.262626...			✓		✓
$\frac{0}{0}$	Not	Not	Not	Not	Not
$\sqrt{16}=4$	✓	✓	✓		✓
$\sqrt{-1}$	Not	Not	Not	Not	Not

Properties of the Fractions

نعطي الخاصية ومثال عليها للتوضيح

Property	Example
* $\frac{a}{b}=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{c}=\frac{ac}{bc}$ $b\neq 0\ ,\ c\neq 0$	* $\frac{3}{5}=\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{2}=\frac{6}{10}$
* If $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ then $a\cdot d=c\cdot b$ $b\neq 0\ ,\ c\neq 0$	* $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ then $(3)(8)=(6)(4)$
* $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$ $c\neq 0$	* $\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4+3}{5}=\frac{7}{5}$
* $\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}$ $b\neq 0\ ,\ d\neq 0$	* $\frac{4}{5}+\frac{3}{7}=\frac{4\cdot 7+3\cdot 5}{5\cdot 7}=\frac{43}{35}$
* $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{db}$ $b\neq 0\ ,\ d\neq 0$	* $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3\cdot 2}{7\cdot 5}=\frac{6}{35}$
* $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$ $b\neq 0\ ,\ c\neq 0\ ,\ d\neq 0$	* $\frac{5}{7}\div\frac{4}{3}=\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{28}$

Examples , Perform the indicated operations

نفذ العمليات المعطاة

1. $\frac{4}{7}+\frac{2}{5}$

solution: نوحد المقامات ثم نجمع

$$\frac{4\cdot5}{7\cdot5}+\frac{2\cdot7}{5\cdot7}=\frac{20}{35}+\frac{14}{35}=\frac{34}{35}$$

2. $2\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{5}$

solution:

$$*\ 2\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{5}=\frac{2}{1}\cdot\frac{1}{3}-\frac{3}{5}$$
$$=\frac{2}{3}-\frac{3}{5}$$
$$=\frac{2\cdot5}{3\cdot5}-\frac{3\cdot3}{5\cdot3}$$
$$=\frac{10}{15}-\frac{9}{15}=\frac{1}{15}$$

3. $\dfrac{\frac{4}{11}}{\frac{7}{33}}$

solution:

$$*\ \frac{4}{11}\div\frac{7}{33}=\frac{4}{11}\cdot\frac{33}{7}$$
$$=\frac{132}{77}=\frac{12}{7}$$

4. $[(8+7)\div5]\cdot2-9$

solution:

$[(8+7)\div5]\cdot2-9=[15\div5]\cdot2-9$ تبسيط ما داخل الأقواس أولا

$$=[3]\cdot2-9$$
$$=6-9=-3$$

محمد ندا (ابو يوسف) 0559108708

5. $-6\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}$

solution:

$$-6\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}=-\frac{25}{4}\cdot\frac{3}{5}$$
$$=-\frac{75}{20}$$
$$=-\frac{75\div5}{20\div5}=-\frac{15}{4}$$

$$6\frac{1}{4}=6+\frac{1}{4}=\frac{6\cdot4}{1\cdot4}+\frac{1}{4}$$
$$=\frac{24}{4}+\frac{1}{4}=\frac{25}{4}$$

6. $5\left[(6+3\cdot2)-2(8-5)\right]$

solution:

$$*\ 5\left[(6+3\cdot2)-2(8-5)\right]=5\left[(6+6)-2(3)\right]$$
$$=5\left[12-6\right]$$
$$=5\left[6\right]=30$$

7. $-(41-7\cdot4)+30\div\left[6-(-4)\right]-12$

solution:

$$*\ -(41-7\cdot4)+30\div\left[6-(-4)\right]-12=-(41-28)+30\div\left[6+4\right]-12$$
$$=-(13)+30\div10-12$$
$$=-13+3-12=-22$$

محمد ندا (ابو يوسف) 0559108708