**سنتطرق من خلال هذا الفصل إلى العناصر التالية:**

**أولا- مقاييس التشتت المطلقة:**

**1- المدى**

**2- المدى الربيعي**

**3- الانحراف المتوسط بالنسبة للمتوسط الحسابي**

**4- الانحراف المتوسط بالنسبة للوسيط**

**5- التباين والانحراف المعياري**

**ثانيا- مقاييس التشتت النسبية:**

**1- المدى النسبي**

**2- المدى الربيعي النسبي**

**3- الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي النسبي**

**4- الانحراف المتوسط عن الوسيط النسبي**

**5- الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف).**

**مقدمة:**

إن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي لوحدها لوصف البيانات وإجراء المقارنات بين التوزيعات التكرارية، لأنها لا تعطينا فكرة عن مدى تجانس أو عدم تجانس البيانات، فعند إجراء مقارنة بين ظاهرتين يمكن أن يتساوى متوسطهما الحسابي، ورغم ذلك نجد أن انتشار البيانات في الظاهرتين مختلف كثيرا لأن البيانات غير متجانسة، لهذا وجدت مقاييس أخرى تعطينا فكرة عن مدى تباعد البيانات عن بعضها البعض، تسمى هذه المقاييس بمقاييس التشتت.

**مثال1:**

إذا كان لدينا مجموعتين من الموظفين، وكل مجموعة تتكون من خمسة أشخاص حيث الأجور الشهرية (دج) لكل فرد في المجموعتين هي كالآتي:

- المجموعة الأولى: 30000 ، 31000 ، 32000 ، 33000 ، 34000.
- المجموعة الثانية: 16000 ، 20000 ، 24000 ، 44000 ، 56000.

لو قمنا بحساب المتوسط الحسابي لكل مجموعة، نجد أنه متساوي في كل منهما ويساوي 32000، ومع ذلك أجور المجموعة الأولى أكثر تجانسا من أجور المجموعة الثانية، من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام مقاييس أخرى لقياس مدى تجانس البيانات أو مدى انتشار البيانات حول مقياس النزعة المركزية، ويمكن استخدامها في المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات، ومن هذه المقاييس، مقاييس التشتت و مقاييس الشكل، وسنتطرق في هذا الفصل إلى مقاييس التشتت على أن نتطرق إلى مقاييس الشكل في الفصل الخامس.

**أولا- مقاييس التشتت المطلقة:**

| | تعريفه | القانون في حالة سلسلة إحصائية | القانون في حالة توزيع تكراري |
|---|---|---|---|
| **المدى $E$** | المدى: هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة في البيانات، فهو من أبسط مقاييس التشتت وأسهلها في الحساب، ومن عيوبه أنه يعتمد على القيمتين المتطرفتين فقط. | $E = Max(X_i) - Min(X_i)$, | ,$E = Max(X_i) - Min(X_i)$ |
| **المدى الربيعي $IQ$** | هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول، ويعطينا فكرة عن المجال الذي تنتشر فيه نصف عدد البيانات متوسطة القيمة فقط. | $IQ = Q_3 - Q_1$. | $IQ = Q_3 - Q_1$. |
| **الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي $EM_{\bar{X}}$** | هو البعد المتوسط بالقيمة المطلقة لقيم المتغير الاحصائي عن المتوسط الحسابي وهو الأكثر استعمالا، من عيوبه أنه لا يفرق بين القيم التي تكون أكبر وأقل من المتوسط الحسابي. | ,$EM_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert X_i - \bar{X} \rvert}{n}$ | $EM_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \lvert X_i - \bar{X} \rvert}{n}$, |
| **الانحراف المتوسط عن الوسيط $EM_{M_e}$** | هو البعد المتوسط بالقيمة المطلقة لقيم المتغير الاحصائي عن الوسيط، من عيوبه أنه لا يفرق بين القيم التي تكون أكبر وأقل من الوسيط. | $EM_{M_e} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert X_i - M_e \rvert}{n}$, | $EM_{M_e} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i \lvert X_i - M_e \rvert}{n}$, |
| **التباين $V(X)$** | يعتبر من أهم مقاييس التشتت و هو كثير الاستعمال في مجال الاحصاء $V(X) = (\delta(X))^2$ | $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n}$. | $V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \bar{X})^2}{n}$. |
| **الانحراف المعياري $\delta(X)$** | يعتبر من أهم مقاييس التشتت و هو كثير الاستعمال في مجال الاحصاء $\delta(X) = \sqrt{V(X)}$ | $\delta(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n}}$, | $\delta(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \bar{X})^2}{n}}$, |

| | | | |
|---|---|---|---|

**ملاحظة**: إذا كان المتغير الإحصائي مستمر فإننا نعوض $X_i$ بمراكز الفئات $C_i$ في كل المعادلات السابقة.

**ثانيا- مقاييس التشتت النسبية:**

إذا كنا بصدد إجراء مقارنة بين توزيعات تكرارية ليست لها نفس وحدة القياس أو ليس لهما نفس المتوسط، فمن الضروري هنا استخدام مقاييس التشتت النسبية والتي من أهمها:

| المقياس | القانون |
|---|---|
| المدى النسبي $E\%$ | $E\% = \frac{E}{\bar{X}} \times 100,$ |
| المدى الربيعي النسبي $IQ\%$ | $IQ\% = \frac{IQ}{M_e} \times 100,$ |
| الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي النسبي $EM_{\bar{X}}\%$ | $EM_{\bar{X}}\% = \frac{EM_{\bar{X}}}{\bar{X}} \times 100,$ |
| الانحراف المتوسط عن الوسيط النسبي $EM_{M_e}\%$ | $EM_{M_e}\% = \frac{EM_{M_e}}{M_e} \times 100.$ |
| الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف) $CV$ | $CV = \frac{\delta(X)}{\bar{X}} \times 100,$ |

**مثال2:**

البيانات التالية تمثل أوزان 60 طالبا بالكيلوغرام في أحد أقسام الـــــــــــــ LMD: بكلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير بجامعة سطيف:

| أوزان الطلبة $X_i$ | عدد الطلبة $n_i$ |
|---|---|
| $]55-50]$ | 2 |
| $]60-55]$ | 5 |
| $]65-60]$ | 12 |

| | |
|---|---|
| $]70-65]$ | 16 |
| $]75-70]$ | 14 |
| $]80-75]$ | 8 |
| $]85-80]$ | 3 |
| المجموع $\sum n_i$ | 60 |

**المطلوب:**

1- حساب المدى المطلق والنسبي؟

2- حساب المدى الربيعي المطلق والنسبي؟

3- الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي المطلق والنسبي؟

4- الانحراف المتوسط عن الوسيط المطلق والنسبي؟

5- التباين، الانحراف المعياري ؟

6- في دراسة مماثلة عن أوزان الطلبة بجامعة أخرى تحصلنا على النتائج التالية: $\bar{X}=75$ ، $\delta(X)=12$

- قارن بين تشتت الأوزان في الدراستين؟

**الحل:**

| أوزان الطلبة $X_i$ | $n_i$ | $C_i$ | $N_i^{\uparrow}$ | $n_i \times C_i$ | $n_i\lvert C_i-\bar{X}\rvert$ | $n_i\lvert C_i-M_e\rvert$ | $n_i(C_i-\bar{X})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $]55-50]$ | 2 | 52,5 | 2 | 105 | 31.84 | 31.88 | 506,8928 |
| $]60-55]$ | 5 | 57,5 | 7 | 287.5 | 54.6 | 54.7 | 596,232 |
| $]65-60]$ | 12 | 62,5 | 19 | 750 | 71,04 | 71.28 | 420,5568 |
| $]70-65]$ | 16 | 67,5 | 35 | 1080 | 14,72 | 15.04 | 13,5424 |
| $]75-70]$ | 14 | 72,5 | 49 | 1015 | 57,12 | 56.84 | 233,0496 |
| $]80-75]$ | 8 | 77,5 | 57 | 620 | 72,64 | 72.48 | 659,5712 |
| $]85-80]$ | 3 | 82,5 | 60 | 247,5 | 42,24 | 42.18 | 594,7392 |
| المجموع $\sum n_i$ | 60 | / | / | 4105 | 344,2 | 344.4 | 3024,584 |

**1- حساب المدى:**

**أ- المدى المطلق:**

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i c_i}{n}=\frac{4105}{60}=68,42$$

$$E=Max(X_i)-Min(X_i)=85-50=35$$

طول المجال الذي تنتشر فيه أوزان الطلبة هو: 35 كلغ.

**ب- المدى النسبي:**

$$E\%=\frac{E}{\bar{X}}\times 100=\frac{35}{68,42}\times 100=51,15\%$$

**2- حساب المدى الربيعي:**

**أ- المدى الربيعي المطلق:**

$$IQ=Q_3-Q_1$$

**نقوم بحساب $Q_1$ كمايلي:**

تحديد الفئة الربيعية الأولى: وهي أول فئة تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{n}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_1}^{\uparrow}\geq\left(\frac{n}{4}=\frac{60}{4}=15\right)$$

ومنه الفئة الربيعية الأولى هي: $]65-60]$

- حساب الربيع الأول بطريقة المد الداخلي:

$$Q_1=Lim_{Q_1}+\left[\frac{\frac{n}{4}-N_{Q_1-1}^{\uparrow}}{n_{Q_1}}\right]\times A_{Q_1}=60+\left[\frac{15-7}{12}\right]\times 5=63,33$$

**نقوم بحساب $Q_3$ كمايلي:**

تحديد الفئة الربيعية الثالثة: وهي أول فئة تكرارها المتجمع الصاعد أكبر أو يساوي $\frac{3n}{4}$ ، أي:

$$N_{Q_3}^{\uparrow} \geq \left(\frac{3n}{4} = \frac{3(60)}{4} = 45\right)$$

ومنه الفئة الربيعية الثالثة هي: $]75 - 70]$

- حساب الربيع الثالث بطريقة المد الداخلي:

$$Q_3 = Lim_{Q_3} + \left[\frac{\frac{3n}{4} - N_{Q_3-1}^{\uparrow}}{n_{Q_3}}\right] \times A_{Q_3} = 70 + \left[\frac{45-35}{14}\right] \times 5 = 73{,}57$$

**ومنه:** $$\boldsymbol{IQ = 73{,}57 - 63{,}33 = 10{,}24}$$

**الشرح**: طول المجال الذي تنتشر فيه الأوزان المتوسطة لنصف الطلبة هو: 10,24 كلغ.

**ب- المدى الربيعي النسبي:**

نقوم بحساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة فنجده يساوي: 68,44 كلغ، أي: $\mathrm{M_e} = 68.44$

$$\boldsymbol{IQ\% = \frac{IQ}{M_e} \times 100 = \frac{10.24}{68{,}44} \times 100 = 14{,}96\%}$$

**3- الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي:**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{7} n_i c_i}{n} = \frac{4105}{60} = 68{,}42$$

**أ- المطلق:** $$EM_{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |X_i - \bar{X}|}{n} = \frac{344{,}2}{60} = 5{,}74$$

يقدر الانحراف المتوسط عن المتوسط الحسابي لأوزان الطلبة بـــــــ: 5,74 كلغ.

**ب- النسبي:** $$\boldsymbol{EM_{\bar{X}}\% = \frac{EM_{\bar{X}}}{\bar{X}} \times 100 = \frac{5{,}74}{68{,}42} \times 100 = 8{,}39\%}$$

**4- الانحراف المتوسط عن الوسيط:**

$$M_e = 68{,}44$$

**أ- المطلق:** $$EM_{M_e} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |X_i - M_e|}{n} = \frac{344{,}4}{60} = 5{,}74$$

يقدر الانحراف المتوسط عن الوسيط لأوزان الطلبة بـــــــ: 5,74 كلغ.

**ب- النسبي:** $$EM_{M_e}\% = \frac{EM_{M_e}}{M_e} \times 100 = \frac{5{,}74}{68{,}42} \times 100 = 8{,}39\%$$

**5-حساب التباين والانحراف المعياري:**

**أ- التباين:** $$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{3024{,}584}{60} = 50{,}41$$

**ب- الانحراف المعياري:** $$\delta(X) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (C_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{V(X)} = \sqrt{50.41} = 7.1$$

يقدر متوسط تشتت أوزان الطلبة بـــــ: 7,1 كلغ.

**6- المقارنة بين تشتت الأوزان في الدراستين:**

**أ- الدراسة الأولى:**

**الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف):** $CV_1 = \frac{\delta(X)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{7,1}{68,42} \times 100 = 10,38\%$

**ب- الدراسة الثانية:**

**الانحراف المعياري النسبي (معامل الاختلاف):** $CV_2 = \frac{\delta(X)}{\bar{X}} \times 100 = \frac{12}{75} \times 100 = 16\%$

نلاحظ أن تشتت الأوزان في الدراسة الثانية أكبر منه في الدراسة الأولى.