شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

https://t.me/passion_study_bot

* التمرين الأول:

ليكن f التابع المعرّف على المجال $[1,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x-1}-4$

① ادرس تغيرات التابع f ...

② أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّاً وحيداً ...

③ احصر هذا الحل في مجال طوله 1 ...

④ احسب جبرياً القيمة الحقيقية لذلك الجذر ...

الحل:

① التابع f معرف ومستمر على المجال $I=[1,+\infty[$.

- $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)=-3$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
- $f'(x)=1+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}>0$

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$
$f(x)$	-3 ↗	$+\infty$

---

② التابع مستمر ومتزايد تماماً على المجال $I=[1,+\infty[$ وَ

$0\in[-3,+\infty[=f([1,+\infty[)$ <= بالتالي للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد

$x=\alpha\in[1,+\infty[$

---

③ $f(3)=3+\sqrt{2}-4>0 \Rightarrow x=\alpha\in]2,3[$

$f(2)=-1<0$

$f(1)=-3<0$

---

④ الحل الجبري للمعادلة $f(x)=0$:

$x+\sqrt{x-1}-4=0$

شرط الحل هو $-x+4\geqslant 0 \Rightarrow 1\leqslant x\leqslant 4$

$\sqrt{x-1}=4-x$

نربع الطرفين

$x-1=x^2-8x+16 \Rightarrow x^2-9x+17=0$

$\Delta=81-68=13$

- $x_1=\dfrac{9+\sqrt{13}}{2}>4$ مرفوض
- $x_2=\dfrac{9-\sqrt{13}}{2}<4$ مقبول

■ إعداد وكتابة: *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

الثاني :

ليكن f التابع المعرّف على المجال $I =]1,+\infty[$ وفق :

$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$$

① ادرس تغيّرات التابع f على I ...

② استنتج أنّ للمعادلة $f(x) = 0$ جذراً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$

---

① التابع f معرّف ومستمر على المجال $I =]1,+\infty[$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0.$
- $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty.$
- $f'(x) = \dfrac{-1}{(x-1)^2} - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} < 0$

	$+\infty$
	0

---

② التابع مستمر ومتناقص تماماً على $]1,+\infty[$

$f(]1,+\infty[) =]0,+\infty[\ni 0$ وبالتالي للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد

$x = \alpha \in]1,+\infty[$

$f(2) = 1 - \sqrt{2} < 0 \Rightarrow f(1).f(2) < 0$

$\Rightarrow 1 < \alpha < 2$

إعداد وكتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

التمرين الثالث :

x	$-\infty$		-1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدول التغيرات للتابع f المعرف على $]-\infty , 3]$ والمطلوب :

ما عدد القيم الحدية وما نوعها ؟

اكتب معادلة المماس الأفقي ...

ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

هل يملك خط التابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ ؟ ولماذا ؟

الحل :

① قيمتان ، قيمة صغرى $f(-1) = -3$ ...

قيمة كبرى $f(3) = 0$ ...

② معادلة المماس الأفقي $y = -3$ ...

③ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد ...

④ ليس للخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ وذلك لوجود مقارب أفقي $y = 0$ في جوار $-\infty$ ...

■ إعداد وكتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

* التمرين الرابع :

تأمل الجدول المجاور

ذي يمثل جدول التغيرات للتابع f المعرف

على $]-\infty , 3]$ والمطلوب :

$-\infty$		-1		3	
	$-$	0	$+$		||
0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$	||

عدد القيم الحدية وما نوعها ؟

كتب معادلة المماس الأفقي ...

عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

ل يملك الخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ ؟ ولماذا ؟

---

① قيمة حدية واحدة ، وهي قيمة صغرى $f(-1) = -3$ ...

② معادلة المماس الأفقي $y = -3$ ...

③ للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد ...

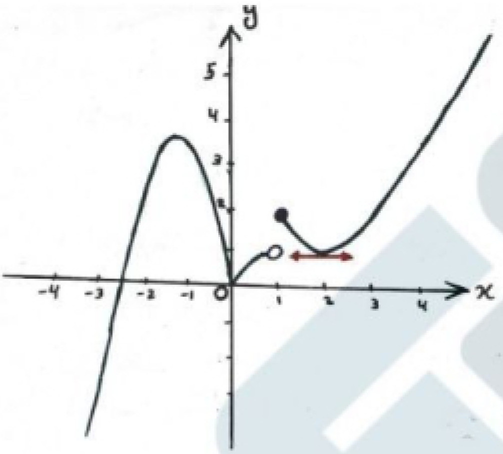
④ ليس للخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ وذلك لوجود مقا

أفقي $y=0$ في جوار $-\infty$ ...

■ إعداد و كتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

* التمرين الخامس :

نجد جانباً الخط البياني لتابع f مُعرّف على R والمطلوب :



① ما عدد حلول المعادلة $f(x)=5$ ؟

② ما مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \geqslant 5$ ؟

③ هل $f(1)$ قيمة محلية كبرى أو صغرى للتابع . علل إجابتك ؟

④ ما عدد القيم الحدّية للتابع f ؟

⑤ ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x=2$ ؟

⑥ أيكون التابع اشتقاقياً عند $x=1$ ؟

الحل :

① حل وحيد ...

---

② $[4,+\infty[$ ...

---

③ $f(1)$ قيمة محلّية كبرى لأنّه يوجد جوار $I=]\frac{1}{2},\frac{3}{2}[$ يحقّق :

$\forall x\in I\cap R \Rightarrow f(x)\leqslant f(1)$ ...

---

④ أربعة ...

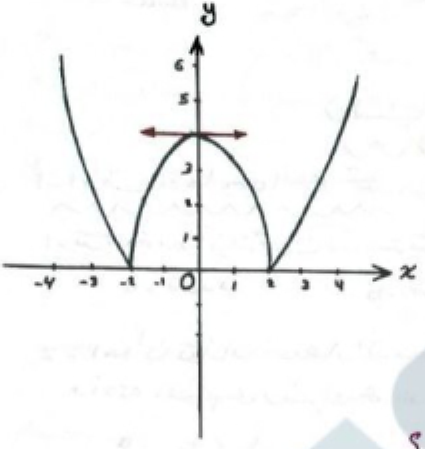
---

⑤ $f'(2)=0$ ...

---

⑥ التابع f غير مستمر عند $x=1$ فهو غير اشتقاقي ...

إعداد وكتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل



*** التمرين السادس :**

نجد جانباً الخط البياني لتابع f مُعرّف على R ، والمطلوب :

① كم حلاً للمعادلة $f(x)=2$ ؟

② احسب قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها $x=0$ ؟

③ عيّن صورة المجال $I=[-2,2]$ وفق f ...

④ كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f ؟

الحل : ① أربعة....

---

② $f'(0)=0$ ...

---

③ $f([-2,2])=[0,4]$ ....

---

④ • صغرى محلياً :

قيمتان : $f(-2)=0$ وَ $f(2)=0$

• كبرى محلياً :

قيمة واحدة : $f(0)=4$

---

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$	$\|\|$	$-$
$f(x)$	$0 \searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow +\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow 0$

• $f(-3)=-\frac{1}{4}$

قيمة محلية صغرى ...

---

④

• $x=-2 \Rightarrow f(-2)=0.$

• $f'(-2)=\frac{1}{1}=1.$

• $T: y=m(x-x_0)+y_0$ & $T: y=x+2$

إعداد وكتابة : *الحر بشار إبراهيم *هديل خليل

* التمرين السابع :

نتأمل التابع f مُعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

① عيّن التابع المُشتق f' للتابع f ...

② نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ وفق :

$$g(x) = f(\sin x)$$

أثبت أنّ g اشتقاقي على I ، ثمّ احسب $g'(x)$ على I ...

③ نرمز بالرّمز h إلى التابع المعرف على $J =]1, +\infty[$ وفق :

$$h(x) = f(\sqrt{x})$$

أثبت أنّ h اشتقاقي على J ثمّ احسب $h'(x)$ على J ...

الحل :

① $f'(x) = \frac{2(x-1)-(2x+3)}{(x-1)^2} = \frac{-5}{(x-1)^2}$ على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

---

② $\sin x$ اشتقاقي على I و لا يأخذ القيمة 1 و f اشتقاقي على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
و بالتالي $g(x)$ اشتقاقي على I ...

$$g(x) = f(\sin x) = \frac{2\sin x + 3}{\sin x - 1} \Rightarrow g'(x) = f'(\sin x)(\sin x)'$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{-5\cos x}{(\sin x - 1)^2}$$

---

③ $\sqrt{x}$ اشتقاقي على J و لا يأخذ القيمة 1 و f اشتقاقي على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ و
بالتالي $h(x)$ اشتقاقي على J

$$h(x) = f(\sqrt{x}) = \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow h'(x) = f'(\sqrt{x})(\sqrt{x})'$$

$$h'(x) = \frac{-5}{(\sqrt{x}-1)^2} \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-5}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$$

إعداد وكتابة : *الحُر بشار إبراهيم *هديل خليل

* السؤال الثامن: أثبت صحة المتراجحة من أجل $x \leq 0$: $\sin x \geq x$

الحل: ليكن التابع g المعرّف على $D =]-\infty , 0]$ وفق: $g(x) = \sin x - x$

* دراسة تغيرات g...

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-1 - x \leq \sin x - x \leq 1 - x$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \lim_{x \to -\infty} (-1-x) = +\infty. \\ \bullet \lim_{x \to -\infty} (1-x) = +\infty. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet \lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty.$$

• $g(0) = 0.$ • $g'(x) = \cos x - 1.$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-2 \leq \cos x - 1 \leq 0$$

$$\Rightarrow \quad g'(x) \leq 0.$$

x	$-\infty$		0
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

* من جدول التغيرات نجد أنّ $g(x) \geq 0$ أي $\sin x - x \geq 0$ إذن $\sin x \geq x$
وذلك من أجل $x \leq 0$.

إعداد وكتابة: *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

فريق_شغف_التعليمي💙

* السؤال التاسع:

ليكن التابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) & ; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

① أثبت أنّ التابع f اشتقاقي عند $x = 0$.

② اكتب معادلة المماس لـ C_f في نقطة فاصلتها $x = 0$.

③ احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ واستنتج: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(f(x))$.

④ أوجد $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

⑤ استنتج مشتق التابع $g(x) = (x^2+1)^2 \cos\left(\frac{\pi}{x^2+1}\right)$.

الحل: ① معدل التغير:

$$t(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$

$$t(x) = \frac{x^2 \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) - 0}{x - 0} = x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{x}\right).$$

$$-1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq 1$$

نضرب بـ $x > 0$

$$-x \leq x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq x$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^+} (-x) = 0, \\ \lim\limits_{x \to 0^+} (x) = 0. \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0^+} t(x) = 0.$$

نضرب بـ $x < 0$

$$-x \geq \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) \geq x$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^-} (-x) = 0, \\ \lim\limits_{x \to 0^-} (+x) = 0. \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0^-} t(x) = 0.$$

نلاحظ أنّ: $\lim\limits_{x \to 0^+} t(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} t(x)$

$\Leftarrow$ فالتابع اشتقاقي عند الصفر ولدينا: $f'(0) = 0$.

---

② معادلة المماس من الشكل:

$$T: y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

$f'(0) = 0$. $\quad f(0) = 0$.

$$\Rightarrow T: y = 0.$$

---

③

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = (+\infty)(\cos 0) = +\infty.$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(f(x)) = \lim_{t \to +\infty} f(t) = +\infty.$$

---

④

$$f'(x) = 2x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) - \frac{\pi}{x^2}\left(-\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)\right) x^2$$

$$f'(x) = 2x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) + \pi \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$$

---

⑤

$$g(x) = f(x^2+1) \Rightarrow g'(x) = 2x f'(x^2+1).$$

$$g'(x) = 2x\left(2(x^2+1)\right)\cos\left(\frac{\pi}{x^2+1}\right) + \pi \sin\left(\frac{\pi}{x^2+1}\right)$$

إعداد وكتابة: *الحر بشار إبراهيم *هديل خليل

السؤال العاشر:

g هو التابع المعرّف على IR وفق: $g(x) = \cos(x^2+\pi)$

① أوجد $g(0)$ ، $g'(x)$ ، $g'(0)$ ثم استنتج: $\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x^2+\pi)+1}{x}$

الحل:

- $g(0) = \cos\pi = -1$.
- $g'(x) = -2x\sin(x^2+\pi)$.
- $g'(0) = 0$.
- $\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x^2+\pi)+1}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = g'(0) = 0$.

إعداد وكتابة: *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

* السؤال الحادي عشر :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ وفق :

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x}$$

① عيّن التابع f' ثمّ أثبت أنّ التابع : $g(x) = \frac{\sin^2 x - 1}{\sin x}$ • اشتقاقي على المجال $I =]0, \frac{\pi}{2}[$ ثمّ استنتج $g'(x)$.

② اكتب معادلة المماسين للخط البياني العموديين على المستقيم الذي معادلته : $2y + x = 0$.

○ أوجد القيمة التقريبية $f(1.9)$…

الحل : ① f معرّف واشتقاقي على I ، $f'(x) = \frac{2x(x) - 1(x^2-1)}{x^2} = \frac{x^2+1}{x^2}$ •

* $f_0 : x \mapsto \frac{x^2-1}{x}$ اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ فهو اشتقاقي على $]0, \frac{\pi}{2}[$ •

* $\sin(x)$ ، x اشتقاقي على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$.

* $g(x)$ تركيب تابعين اشتقاقيين على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$ فهو اشتقاقي على المجال $]0, \frac{\pi}{2}[$.

$$\bullet\ g'(x) = (\sin(x))' . f'(\sin(x)) = \cos(x) . \frac{\sin^2(x) + 1}{\sin^2(x)}$$

---

③

$$\bullet\ f(1.9)$$

$a = 2 \quad , \quad h = -0.1$

$$\bullet\ f(1.9) \simeq f(2) - (0.1) f'(2) \simeq \frac{3}{2} - \frac{1}{10} \times \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(1.9) \simeq \frac{11}{8} \simeq 1.375$$

إعداد وكتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

* التمرين الثاني عشر :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق : $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$

① ادرس نهاية التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبيّن إذا كانت له نهاية حقيقية $x = -1$ ...

② أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C ...

③ احسب $f'(x)$ ونظّم جدول تغيرات f وعيّن ما له من قيم حدّية محلية ...

④ أوجد معادلة المماس للخط C في النقطة منه والتي فاصلتها $x = -2$ ...

⑤ ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 3$ ...

الحل :

① $\bullet \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x+2}{(x+1)^2} = 0$ $\bullet \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+2}{(x+1)^2} = 0.$

$y = 0$ محور الفواصل مقارب أفقي في جوار $+\infty$ ، $-\infty$.

$\bullet \lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} \frac{x+2}{(x+1)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty.$

$\bullet \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \frac{x+2}{(x+1)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty.$

$\bullet \lim\limits_{x \to -1} f(x) = +\infty.$

وليس للتابع نهاية حقيقية عند $x = -1$.

---

② $\bullet\ g(x) = f(x) - (0) = \frac{x+2}{(x+1)^2}$

• إشارة $g(x)$ من إشارة $(x+2)$ الذي ينعدم عند $x = -2$.

• عندما $x < -2$ فإنّ $x+2 < 0$ وبالتالي $g(x) < 0$ و C تحت المقارب الأفقي .

• عندما $x > -2$ فإنّ $x+2 > 0$ وبالتالي $g(x) > 0$ و C فوق المقارب الأفقي .

---

③ $\bullet\ f'(x) = \frac{(x+1)^2 - 2(x+1)(x+2)}{(x+1)^4} = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x+1)^4}$

• إشارة f' من إشارة $-x^2 - 4x - 3 = -(x+1)(x+3)$ الذي ينعدم عند :

$x = -1 \notin D$ و $x = -3$ ومنه $f(-3) = -\frac{1}{4}$

④

- $x = -2 \Rightarrow f(-2) = 0.$
- $f'(-2) = \frac{1}{1} = 1.$
- $T: y = m(x - x_0) + y_0$ & $T: y = x + 2$

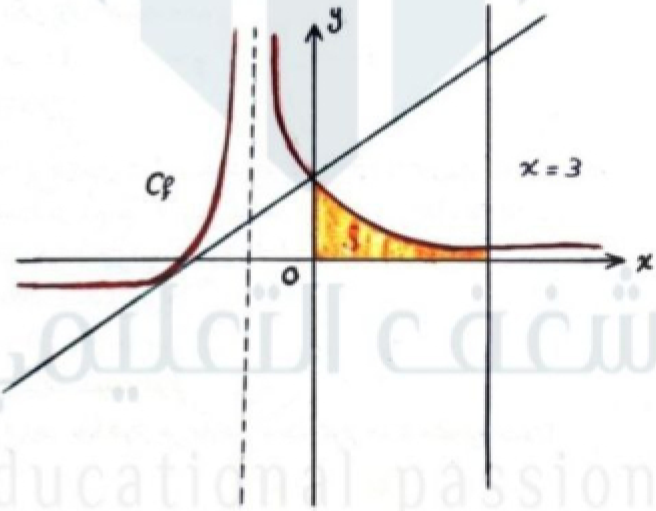
5

- $x + 1 = t \Rightarrow x = t - 1$:نفرض

$$f(x) = \frac{t-1+2}{t^2} = \frac{t+1}{t^2} = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

- $$S = \int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^3 \frac{x+2}{(x+1)^2}\,dx = \int_0^3 \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{(\ +1)^2} \right) dx$$

$$= \left[\ln(x+1) - \frac{1}{x+1} \right]_0^3 = \left(\ln(4) - \frac{1}{4} \right) - (0 - 1) = \frac{3}{4} + 2\ln(2).$$



إعداد وكتابة : *الحُر بشّار إبراهيم *هديل خليل

* السؤال الثالث عشر :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I = [0,+\infty[$ وفق : $f(x) = 2x + a + b\sqrt{x}$

a) عيّن العددين الحقيقيين a, b لتكون $f(1) = 0$ قيمة حدية للتابع f.

b) بفرض أنّ : $f(x) = 2x + 2 - 4\sqrt{x}$:

1) ادرس قابلية اشتقاق f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، واكتب معادلة المماس في تلك النقطة ...

2) عيّن إحداثيات نقطتي تقاطع C مع محوري الإحداثيات ...

3) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ودل على القيم الحدية ...

4) استنتج إشارة $f(x)$ ثم استنتج حلول المتراجحة $x + 1 \geqslant 2\sqrt{x}$ ...

5) اكتب معادلة المماس لـ C في النقطتين ذواتا الفاصلتين $x = 4$ ، $x = \frac{1}{4}$ ...

6) هل يقبل C مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته $y = (2 - \sqrt{2})x + 3$ ؟

7) احسب $f'(4)$ ثم استنتج : $\lim\limits_{x \to 4} \frac{2x - 4\sqrt{x}}{x - 4}$

8) احسب قيمة تقريبية لـ $f(0.98)$ ...

9) استنتج مشتق التابع g حيث : $g(x) = 2(2 + \cos x) + 2 - 4\sqrt{2 + \cos x}$

10) في معلم متجانس ارسم المماسات التي وجدتها ثم ارسم C ...

11) ناقش بيانياً تبعاً لقيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$ ...

الحل : 1) a.

$f(x) = 2x + a + b\sqrt{x}$

• $f(1) = 0 \Rightarrow 2 + a + b = 0$ .... (1)

• $f'(1) = 0 \Rightarrow$ حساب $f'(x)$: $f'(x) = 2 + \frac{b}{2\sqrt{x}}$

$f'(1) = 2 + \frac{b}{2}$

$\Rightarrow 2 + \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = -2 \Rightarrow \boxed{b = -4}$

نعوض في (1) : $2 + a - 4 = 0$

$\Rightarrow \boxed{a = 2}$

---

b) $f(x) = 2x + 2 - 4\sqrt{x}$

1) جوار الصفر :

• $t(x) = \frac{f(x) - f(0)}{x - (0)} = \frac{2x + 2 - 4\sqrt{x} - 2}{x}$

$t(x) = \frac{2x - 4\sqrt{x}}{x} = 2 - \frac{4}{\sqrt{x}} \Rightarrow \lim\limits_{x \to 0} t(x) = -\infty$.

* فالتابع f غير اشتقاقي عند الصفر وهو يقبل مماساً شاقولياً معادلته $x = 0$.

---

2 لتكن A نقطة تقاطع المنحني c مع محور الفواصل عندئذٍ نحل المعادلة :

$$f(x)=0$$

$$2x+2-4\sqrt{x}=0$$

$$2x+2=4\sqrt{x}$$

نربع الطرفين بمراعاة أنّ $x\geq 0$

$$4x^2+8x+4=16x$$

$$4x^2-8x+4=0$$

$$x^2-2x+1=0$$

$(x-1)^2=0 \rightarrow$ جذر مضاعف

$$A(1,0)$$

لتكن B نقطة تقاطع c مع محور التراتيب عندئذٍ نعوض $x=0$.

$$f(0)=2$$

$$\Rightarrow B(0,2)$$

3

- $D_f = I = [0,+\infty[$
- $f(0)=2.$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \infty-\infty$ حالة عدم تعيين

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[x\left(2+\frac{2}{x}-\frac{4}{\sqrt{x}}\right)\right] = (+\infty)(2) = +\infty.$$

- $f'(x) = 2-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$.
- $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2-\dfrac{2}{\sqrt{x}}=0$

$$x=1 \Leftarrow \sqrt{x}=1 \Leftarrow 2=\frac{2}{\sqrt{x}}$$

- $f(1)=0.$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	0	↗	$+\infty$

- $f(0)=2$. قيمة حدية كبرى
- $f(1)=0$. قيمة حدية صغرى

نلاحظ من جدول التغيرات أنّ $f(x) \geqslant 0$ أي:

$$x+1 \geqslant 2\sqrt{x}$$

$$x+1-2\sqrt{x} \geqslant 0$$

$$2x+2-4\sqrt{x} \geqslant 0$$

محققة من أجل كل x من I. $\Rightarrow$ $f(x) \geqslant 0$

---

5 معادلة المماس من الشكل:

$$T : y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

$$y = \left(2 - \frac{2}{\sqrt{a}}\right)(x-a) + 2a + 2 - 4\sqrt{a}$$

من أجل $a = 4$:

$$T_4 : y = (2-1)(x-4) + 2$$

$$T_4 : y = x - 2$$

من أجل $a = \frac{1}{4}$:

$$T_{\frac{1}{4}} : y = -2\left(x - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4}$$

$$T_{\frac{1}{4}} : y = -2x + 1$$

---

6 نحل المعادلة:

$$f'(x) = 2 - \sqrt{2}$$

$$2 - \frac{2}{\sqrt{x}} = 2 - \sqrt{2}$$

$$-\frac{2}{\sqrt{x}} = -\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2} \Rightarrow x = 2.$$

إذن C يقبل مماساً موازياً للمستقيم الذي معادلته: $y = (2-\sqrt{2})x + 3$

#فريق_شغف_التعليمي💙

7

- $f(4) = 10 - 8 = 2$.

- $\lim\limits_{x \to 4} \frac{2x - 4\sqrt{x}}{x - 4} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{2x + 2 - 4\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim\limits_{x \to 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = f'(4) \ldots$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to 4} \frac{2x - 4\sqrt{x}}{x - 4} = 2 - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$.

---

8 نطبق دستور التقريب التآلفي:

$\boxed{f(a+h) \simeq f(a) + f'(a) \cdot h}$

حيث: $a = 1$, $h = -0.02$

$f(0.98) \simeq f(1) + f'(1)(-0.02)$

$f(0.98) \simeq 0$.

---

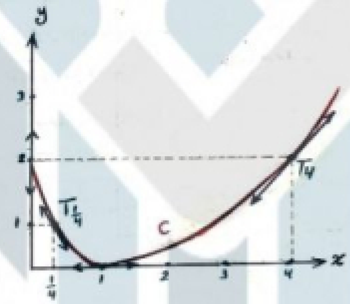
9 التابع g معرف واشتقاقي على $\mathbb{R}$:

- $g(x) = f(2 + \cos x)$

- $g'(x) = (2 + \cos x)' f'(2 + \cos x)$

$g'(x) = -\sin x \left[2 - \frac{2}{\sqrt{2 + \cos x}}\right]$

10



---

11 نناقش ثلاث حالات:

الأولى: $m \in]-\infty, 0[$

المعادلة: $f(x) = m$ مستحيلة الحل في $\mathbb{R}$.

الثانية: $m \in]0, 2]$

للمعادلة: $f(x) = m$ حلان حقيقيان.

الثالثة: $m \in]2, +\infty[\cup \{0\}$

للمعادلة: $f(x) = m$ حل وحيد.

إعداد وكتابة: *الحُر بشار إبراهيم *هديل خليل