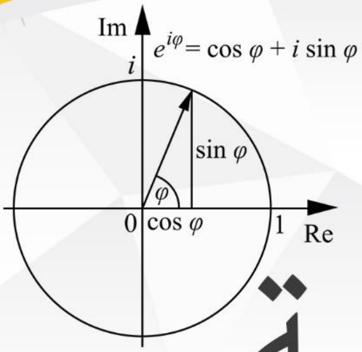


النماذج الرسولية

لنيل العلامة التامة

٢٥ نموذج شاملة لجميع أفكار الكتاب

المدرّس: محمد رسول الصباغ

0934131159

المحتويات

النموذج الامتحاني الأول

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$ ، المطلوب:

1- جد الأعداد التي تحقق: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$.

2- أثبت أن $y=ax+b$ مقارب مائل في جوار $\pm\infty$ وادرس الوضع النسبي .

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x)^2+3\ln x+2=0$

السؤال الثالث:

اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $Z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

$ABCD$ رباعي وجوه ، G مركز ثقل المثلث BCD ، جد مجموعة النقاط من الفراغ التي تحقق:

$$\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\|$$

السؤال الثاني:

عين قيمة n في الحالة الآتية: $P_n^2=5P_{n-1}^1$.

السؤال الثالث:

لتكن لدينا المتتالية $u_n=4n+1$ ، أثبت أن المتتالية حسابية ، عين أساسها واحسب

$$u_0+u_1+u_2+\cdots+u_{10}$$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{x+2}{|x|+1}$ ، المطلوب:

1- ادرس قابلية f للاشتقاق عند الصفر من اليمين، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,2)$.

2- ادرس قابلية f للاشتقاق عند الصفر من اليسار، ثم اكتب معادلة نصف المماس من اليسار لخط البياني C_f في النقطة $A(0,2)$.

3- ارسم نصفي المماسين السابقين وارسم C_f في المجال $[-2,2]$.

التمرين الثاني:

ليكن $\alpha = e^{\frac{2\pi}{5}i}$ ، $A = \alpha + \alpha^4$ ، $B = \alpha^2 + \alpha^3$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$ ، استنتج أن A, B هما جذرا المعادلة من الدرجة الثانية $x^2 + x - 1 = 0$.

2- عبر عن A بدلالة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

3- حل المعادلة $x^2 + x - 1 = 0$ ، واستنتج قيمة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$, $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2} \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ تحقق $0 \leq u_n \leq 1$.

2- أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3- علل تقارب المتتالية u_n واحسب نهايتها .

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

نتأمل النقطتين $A(1,1,1), B(3,2,0)$ في الفراغ، وليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ ناظماً له ، Q المستوي الذي معادلته $Q: x - y + 2z + 4 = 0$ ، ولتكن s الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB ، المطلوب:

1- أوجد معادلة المستوي P .

2- جد معادلة الكرة .

3- أثبت أن المستوي Q يمس الكرة s .

4- أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A القائم على المستوي Q .

5- جد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك d للمستويين P, Q .

6- أثبت أن d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

التمرين الثاني:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I = \ ]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = x + x(\ln x)^2$ وليكن $g(x) = (\ln x + 1)^2$ ، المطلوب:

1- أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.

2- أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3- حل المعادلة $g(x) = 0$.

4- نظم جدول تغيرات f .

5- اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثاني

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(2,5,3), B(-1,0,-1)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(1,1,-2), \vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعا توجيه له. أثبت أن المستقيم AB عمودي على المستوي P.

السؤال الثاني:

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفه على $\mathbb{N}^*$ وفق: $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ ، المطلوب:

1- جد نهاية هذه المتتالية .

2- نضع $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$:

a) أثبت أن $S_n = \ln(n+1)$.

b) ما نهاية $(S_n)_{n\geq 0}$؟

السؤال الثالث:

ليكن f تابع معرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ حيث $a,b \in \mathbb{R}$ ، المطلوب:

عين a,b ليكون للتابع قيمة حدية هي $f(-1) = 0$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$ ، المطلوب:

1- ادرس نهاية f عند $-\infty$ واشرح التأويل الهندسي لهذه النتيجة.

2- أثبت أن المستقيم $y = 2x$ مقارب لـ C في جوار $+\infty$ وادرس وضعه النسبي

السؤال الثاني:

كم كلمة من ثلاث حروف يمكننا تكوينها انطلاقاً من كلمة $SYRIA$؟

السؤال الثالث:

اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه $A(1,0,0)$ ومحوره $(O,\vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $B(4,0,0)$ ونصف قطرها 3.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2-x-1}{x^2+x+1}$، المطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها واستنتج مقارب C الموازي لـ $x'x$.

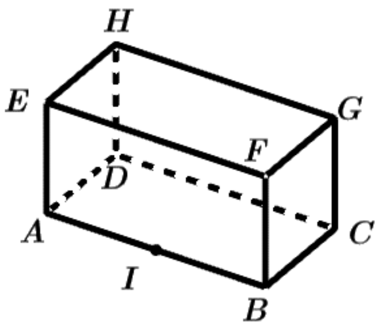
2- ادرس الوضع النسبي لهذا المقارب وعيّن ما له من قيم حدية.

3- ارسم كل مقارب وجدته، ثم ارسم C.

4- برهن أن التابع $h(x)=f(|x|)$ تابع زوجي ثم استنتج رسم C' الخط البياني للتابع h .

التمرين الثاني:

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه: $AB=2, BC=CG=1$ ، ولتكن I منتصف $[AB]$ ، المطلوب:



1- أعطِ معلماً متجانساً مبدؤه A.

2- اكتب معادلة للمستوي (IFH).

3- احسب بعد G عن المستوي (IFH) ، أينتمي المسقط القائم للنقطة G على المستوي (IFH) إلى المستقيم (IH)؟

التمرين الثالث:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق: $f(x)=\frac{1}{x}$ ، المطلوب:

1- اكتب معادلة المماس لـ f في نقطة منه فاصلتها $x=1$.

2- أثبت أنه أيّاً كانت $n\in\mathbb{N}^*$ فإن: $f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^n\cdot n!}{x^{n+1}}$.

3- ليكن g التابع المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $g(x)=\ln x$. احسب $g'(x)$ وبالاستناد إلى الطلب السابق استنتج أنّه أيّاً تكن $n\in\mathbb{N}^*$ كان $g^{(n)}(x)=(-1)^{n-1}\frac{(n-1)!}{x^n}$.

<u>رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق: $f(x) = \ln(ax+b)$، المطلوب:

1- عيّن a, b علماً أن المستقيم $x = \frac{1}{2}$ مقارب لـ C وأن C يقطع المحور

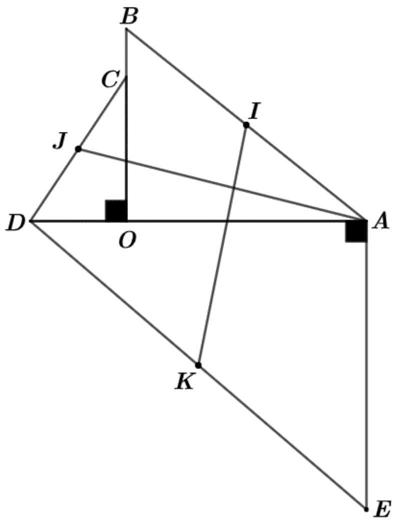
2- من أجل $a = 2, b = -1$:

a) أوجد D_f ثم ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

b) ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C واستنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعرف بالعلاقة: $f_1(x) = |\ln(2x-1)|$.

3- برهن أن f تقابل ثم عين تقابله العكسي f^{-1} واستنتج رسم الخط البياني لـ f^{-1}.

المسألة الثانية:



نتأمل في المستوي الموجه الشكل المجاور المثلثات $ADE - OAB$ مثلثات $OCD -$ النقاط I, J, K هي منتصفات أوتار هذه المثلثات، نهدف إلى إثبات تعامد وتساوي المستقيمين IK, AJ . نختار معلماً متجانساً مباشراً مبدؤه O ونرمز إلى العددين العقديين c, a الممثلين للنقطتين C, A.

1- a) عبر بدلالة c, a عن الأعداد العقدية التي تمثل النقاط E, D, B.

b) استنتج الأعداد العقدية Z_K, Z_J, Z_I التي تمثل النقاط K, J, I.

2- أثبت أن $Z_K - Z_I = i(Z_J - a)$ ثم استنتج الخواص المطلوبة

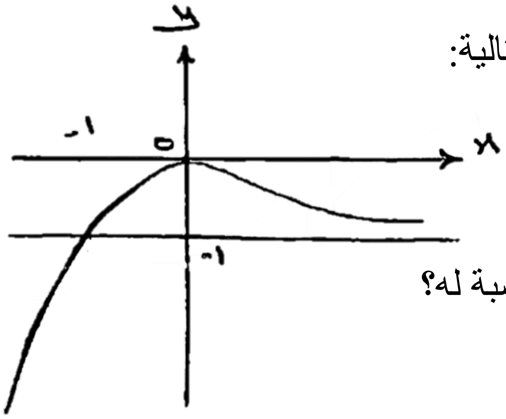
انتهت الأسئلة

المدرّس: محمد رسول صباغ
RIE RASOUL INTERNATIONAL EDUCATION
0934131159

النموذج الامتحاني الثالث

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:



في الشكل المجاور خط بياني C للتابع f ، أجب عن الأسئلة التالية:

1- أوجد D_f و $f\left(D_f\right)$.

2- أوجد $f'(0)$ وحل المتراجحة $f'(x) > 0$.

3- ما معادلة المستقيم المقارب للخط C؟ وما وضع C بالنسبة له؟

4- ناقش بحسب K عدد حلول المعادلة $f(x) = K$.

5- عدد القيم الحدية للتابع مبيّناً نوعها.

السؤال الثاني:

لتكن لدينا المجموعة $S = \{2,3,5,6,7,9\}$ ، المطلوب:

1- ما عدد الأعداد المكونة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى وأرقامها مأخوذة من S؟

2- ما عدد الأعداد المؤلفة من ثلاث خانات مختلفة مثنى مثنى المضاعفة للعدد 5 والأصغر من 500 وأرقامها مأخوذة من S؟

السؤال الثالث:

لتكن المتتاليات $(u_n)_{n\geq 1}, (v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان كما يأتي:

$$u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \; , v_n = u_n + \frac{1}{4n}$$

أثبت أن هاتين المتتاليتان متجاورتان.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$،المطلوب:

1- أوجد $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم $y = x$ مقارب لـ C .

RIE RASOUL INTERNATIONAL EDUCATION

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-(1+2i)z+3+3i=0$

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(0,-2,2),B(4,2,0)$ ، المطلوب:

اكتب معادلة للكرة التي تقبل (AB) قطراً لها .

<u>ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية:</u> **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس لدينا النقاط A,B,C التي تمثلها الأعداد العقدية التالية:

$$Z_A=-4\,,Z_B=-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}i\,,Z_C=-\frac{3}{2}-\frac{5}{2}i$$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ بالشكل الجبري ثم الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC .

2- عين Z_D,Z_E ليكون الرباعي $BCDE$ مربعاً مركزه A .

3- عين Γ_1 مجموعة النقاط M التي تحقق: $\|\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=10\sqrt{2}$

4- لتكن Γ_2 مجموعة النقاط التي تحقق $\arg(Z+4)=\frac{\pi}{4}$ ، تحقق أن $B\in\Gamma_2$.

التمرين الثاني:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x(\ln x)^2$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x)=4\left(\sqrt{x}\ln\sqrt{x}\right)^2$.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها واستنتج خطه البياني .

التمرين الثالث:

نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي: $u_{n+1}=\frac{5u_n+4}{u_n+2}\,,u_0=\frac{1}{2}$ ، المطلوب:

1- مثل الحدود الأولى للمتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ ثم خمن جهة تغيرها ونهايتها المحتملة .

2- نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة: $v_n=\frac{u_n-4}{u_n+1}$

a) بيّن أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية ، عيّن أساسها .

b) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n وعين نهاية u_n .

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{2x}{(x-1)^2}$ ، المطلوب:

1- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها واستنتج ما لـ C من تغيرات وادرس الوضع النسبي لكل مقارب وجدته وعين القيم الحدية في حال وجودها.

2- اكتب معادلة المماس d لـ C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$ ثم ابحث عن النقط المشتركة بين الخط C وهذا المماس .

3- ارسم كل مقارب وجدته وارسم d ثم ارسم C ، واستنتج C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f_1(x) = -\frac{2x}{(x+1)^2}$.

4- استنتج من الرسم البياني للتابع f عدد حلول المعادلة $mx^2 - 2(m+1)x + m = 0$

5- استنتج بيانياً حلول المتراجحة $x \leq 2(x-1)^2$.

المسألة الثانية:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكون النقطة $A(6,1,1)$ والمستويان: $\begin{cases} P_1: x - 2y = 5 \\ P_2: y + z = 4 \end{cases}$

1- أثبت أن المستويان متقاطعان .

2- جد المعادلات الوسيطية للمستقيم Δ الفصل المشترك للمستويين P_1, P_2 .

3- أوجد معادلة المستوي Q المار بـ A العمودي على الفصل المشترك Δ .

4- أوجد إحداثيات B نقطة تقاطع الفصل المشترك Δ مع المستوي Q .

5- احسب بعد النقطة A عن الفصل المشترك Δ .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الرابع

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f ، المطلوب:

x	-2			0			$+2$
$f'(x)$		$+$	3	$\|\|$	-1	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$		2		$\searrow$	$\frac{4}{3}$

1- أوجد D_f .

2- هل f اشتقاقي عند (0)؟ علل ذلك؟

3- اكتب معادلة نصف المماس من اليمين لخطه البياني في النقطة $A(0,2)$

4- اكتب معادلة نصف المماس من اليسار لخطه البياني في النقطة $A(0,2)$

5- ارسم نصفي المماسين السابقين وارسم C_f .

السؤال الثاني:

ليكن z عدداً عقدياً ما ، وليكن ω عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد . أثبت أن $\frac{\omega\bar{z}-\bar{z}}{i\omega-i}$ تخيلي بحت.

السؤال الثالث:

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ بحيث: $A(2,-1,3), B(4,3,-1)$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

نريد تأليف لجنة مكونة من (مدير ونائب مدير وأمين سر) من مجموعة تضم خمسة أشخاص، بكم طريقة يمكن اختيار هذه اللجنة علماً أن في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة ذاتها.

السؤال الثاني:

ليكن θ عدداً من المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ ، أعطِ الشكل الأسي للعدد العقدي $Z = 1 + e^{2i\theta}$.

السؤال الثالث:

احسب نهاية التابع f المعطى بالعلاقة $f(x)=\frac{(5x-1)}{x-1}$ عند $+\infty$ ، ثم أعط عدداً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]4.9,5.1[$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

لنضع في حالة عدد طبيعي موجب تماماً n: $u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

2- اكتب $u_{2n}-u_n$ واستنتج أن $u_{2n}-u_n\geq\frac{1}{2}$

3- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $u_{2^n}\geq\frac{n}{2}$ أيّاً يكن العدد الطبيعي n غير المعدوم .

4- هل للمتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ نهاية حقيقية؟ علل ذلك

التمرين الثاني:

نزود المستوي بمعلم متجانس مباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$ نقرن كل نقطة $M(Z)$ حيث $Z\neq i$ بالنقطة $M(Z')$ حيث: $Z'=\frac{Z+2}{Z-i}$

1- عين Δ مجموعة النقاط M التي يكون عندها Z' عدداً حقيقياً .

2- عين ξ مجموعة النقاط M التي يكون عندها Z' عدداً تخيلياً بحتاً .

التمرين الثالث:

في معلم متجانس C_f و C_g على التوالي الخطان البيانيان للتابعين f و g المعرفين على المجال $I=]-1,+\infty[$ وفق: $f(x)=\ln(x+1)$ و $g(x)=\frac{x}{x+1}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $g(x)\leq f(x)$ أيّاً يكن x من I .

2- أثبت أن C_f,C_g متماسان في النقطة $(x=0)$ وأوجد معادلة المماس المشترك .

3- ادرس تغيرات f وارسم خطه البياني .

4- ادرس تغيرات g وارسم بنفس المعلم C_g .

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

لنتأمل التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ ، المطلوب:

1- تحقق أن f دوري دوره 2π .

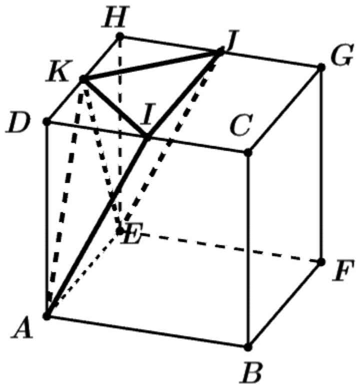
2- ادرس الصفة الزوجية أو الفردية لـ f ، واستنتج إمكانية دراسة f على $[0,\pi]$.

3- أثبت في حالة عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = 2(2\cos x - 1)(\cos x + 1)$.

4- ادرس تغيرات f على المجال $[0,\pi]$ وارسم خطه البياني على المجال $[-\pi,\pi]$.

المسألة الثانية:

نتأمل مكعباً $ABCDEFGH$ ولتكن I,J,K منتصفات أضلاعه $[DC],[HG],[DH]$ بالترتيب، نتخذ $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$ معلماً متجانساً في الفراغ ، المطلوب:



1- أوجد إحداثيات النقاط A,I,E .

2- اكتب معادلة المستوي $AIJE$.

3- احسب بعد K عن المستوي $(AIJE)$ وحجم الهرم $KAIJE$.

4- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d العمودي على المستوي $(AIJE)$ والمار بالنقطة K .

5- احسب إحداثيات N نقطة تقاطع المستقيم d مع المستوي $AIJE$.

6- أثبت أن N هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,\alpha),(I,\beta),(E,\gamma)$ حيث α,β,γ هي أعداد يطلب تعيينها .

انتهت الأسئلة

المدرّس: محمد رسول صباغ
RIE RASOUL INTERNATIONAL EDUCATION
0934131159

النموذج الامتحاني الخامس

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $e^{-2x} - 7e^{-x} + 6 = 0$.

السؤال الثاني:

رف يحوي 7 كتب لمؤلفين ، ثلاثة كتب للمؤلف A وأربعة كتب للمؤلف B ، المطلوب:

1- بكم طريقة يمكننا ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاث الأولى للمؤلف B .

2- بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

السؤال الثالث:

إذا كانت $M(Z)$ صورة العدد العقدي Z ، ماذا تمثل مجموعة النقاط $M(Z)$ في المستوي التس تحقق الأعداد العقدية Z التي تمثلها المساواة $|Z-1+2i| = |Z-3-5i|$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{2}{3}\right) & ; x > 0 \\ 0 \;;\; & x = 0 \end{cases}$$

1- احسب نهاية $\frac{f(x)-f(0)}{x}$ عند تسعى x إلى 0 ؟ هل f اشتقاقي عند الصفر؟

2- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل نقطتين $A(2,-1,0), B(-1,3,5)$ والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$. أثبت أن المستقيم AB يقطع المستوي P وعيّن إحداثيات C نقطة التقاطع .

السؤال الثالث:

لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي $Z = 1 + i$ ، جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق تحويل R دوران مركزه $A(2 - i)$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

<u>ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية:</u> **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

نتأمل صندوقاً يحوي أربع كرات تحمل الأرقام 6,7,8,9 ، نسحب ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة ، المطلوب:

1- كم عدد النتائج الممكنة لهذه التجربة؟

2- كم نتيجة ممكنة في كل من الحالات التالية:

a) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 6 والثانية تحمل الرقم 9 والثالثة تحمل الرقم 7 ؟

b) الكرة المسحوبة أولاً تحمل الرقم 8 والثانية تحمل الرقم 7 ؟

c) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 9 والمسحوبة ثالثاً تحمل الرقم 8 ؟

d) الكرة المسحوبة ثانياً تحمل الرقم 7 ؟

التمرين الثاني:

نتأمل معلماً متجانساً $(O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$ ، وليكن G مركز ثقل المثلث ABC ، المطلوب:

1- احسب إحداثيات G وتحقق أن OG عمودي على (ABC) .

2- لتكن النقاط $A'(2,0,0), B'(0,2,0), C'(0,0,3)$ ، المطلوب:

a) اكتب معادلة المستوي $A'B'C'$.

b) جد نقطة تقاطع المستقيم (AC) مع المستوي $A'B'C'$.

التمرين الثالث:

c, b, a ثلاث أعداد متتابعة لمتتالية حسابية أساسها $r > 0$ حيث: $a + b + c = 9$ ، المطلوب:

1) a) احسب b ثم اكتب a, c بدلالة r .

b) إذا علمت أن $a \cdot c = -16$ ، عين الأساس r واستنتج a, c .

2) $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية حدها $u_0 = -2$ وأساسها $r = 5$.

a) اكتب u_n بدلالة n .

b) احسب المجموع $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}$.

3) u_n متتالية معرفة بالعلاقة: $v_n - 8u_n = 0$ ، احسب المجموع

$$S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_{15}$$

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$ ، المطلوب:

1- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وبيّن ما له من مقاربات أفقية أو شاقولية ودل على القيم الحدية .

2- اكتب معادلة المماس Δ لـ C في النقطة التي فاصلتها $x=2$ وادرس الوضع النسبي لـ C مع Δ .

3- ارسم المماس Δ لـ وما وجدت من مقاربات ثم ارسم C .

4- احسب القيمة التقريبية لـ $f(e,01)$.

المسألة الثانية:

نتأمل النقطتان A,B اللتان يمثلهما العددان $a=2\ ,b=2e^{\frac{3\pi}{4}i}$، وليكن I منتصف $[AB]$ المطلوب :

1) a) ارسم شكلاً مناسباً وبين طبيعة المثلث OAB .

b) استنتج قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$

2) a) احسب العدد العقدي Z_I بصيغتيه الجبرية والأسية .

b) استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{3\pi}{8}$.

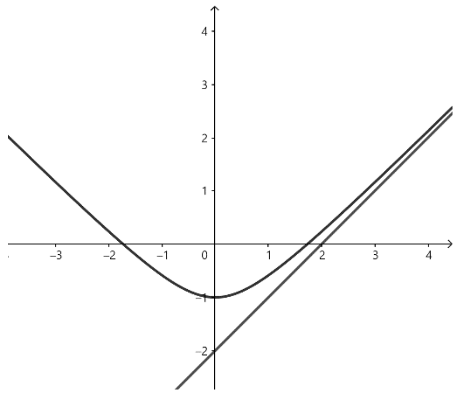
3) أثبت أن $Z_I^{\frac{16}{3}}$ عدد حقيقي .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني السادس

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:



نجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، المطلوب:

1- أوجد $f'(0), f(0)$.

2- اكتب معادلة المماس في النقطة التي فاصلتها $x = 0$.

3- اكتب معادلة المقارب المائل لـ C .

4- نظم جدول تغيرات التابع f وفق الشكل المعطى .

السؤال الثاني:

جد الحل المشترك لجملة المعادلتين: $\begin{cases} e^{4x} \cdot e^{y} = \frac{1}{e^{2}} \\ x \cdot y = -2 \end{cases}$

السؤال الثالث:

في أحد مراكز الهاتف مهندسان وأربعة عمال ، كم لجنة مختلفة قوامها مهندس واحد وعاملين يمكننا تأليفها لمتابعة أعمال صيانة المركز .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

حل المعادلة $Z^{3} = 1$ في $\mathbb{D}$ ثم مثل هذه الحلول وماذا تؤلف .

السؤال الثاني:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نتأمل النقطة $A(2,1,2)$ والمستويين

$$\begin{cases} P: x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q: x + y + z = 0 \end{cases}.$$

احسب بعد النقطة A عن الفصل المشترك للمستويين P, Q .

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ، المطلوب:

1- تحقق أن f تابع زوجي .

2- احسب نهاية f عند $\pm\infty$.

3- علل كون المستقيم $y = x$ مقارب لـ x في جوار $+\infty$ وادرس وضعه النسبي .

<u>ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية:</u> **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

المستقيمان L و L' معرفان وسيطياً وفق:

$$L'\begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \quad ; s \in \mathbb{R}, \\ z = -1 + 2s \end{cases} \qquad L\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

1- أثبت أن L, L' متقاطعان في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

2- أوجد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين L, L' .

التمرين الثاني:

المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق: $\begin{cases} u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \\ u_0 = \frac{3}{2} \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $1 \leq u_n \leq 2$ حيث $n \in \mathbb{N}$.

2- أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1)$ أياً تكن $n \in \mathbb{N}$.

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

4- هل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة؟ علل إجابتك

التمرين الثالث:

أثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أيًّا تكن $x \in I = \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

أولاً: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$.

ثانياً: في المستوي العقدي المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن النقطتان A, B بحيث:

$$Z_A = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \,, Z_B = \overline{Z_A}$$

1- اكتب بالشكل الأسي كلاً من $Z_A , \frac{1}{Z_B}$ ثم بيّن أن العدد $\left(\frac{2}{Z_B}\right)^{2020}$ حقيقي .

2- لتكن C صورة B وفق تحاكٍ مركزه ω حيث: $Z_\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) ، جد العدد العقدي Z_C الممثل للنقطة C .

3- احسب Z_D العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة B وفق دوران مركزه (O) وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

4- احسب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A}$ واستنتج طبيعة المثلث ACD .

5- جد العدد العقدي Z_E الممثل للنقطة E الذي يجعل $ACED$ مربعاً .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق: $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$ ، المطلوب:

1- أوجد D_f .

2- أوجد نهايات عند أطراف مجموع تعريفه ، واستنتج معادلة كل مقارب تجده .

3- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ، ودل على القيم الحدية مبيّناً نوعها مع التعليل .

4- أوجد معادلة المماس في النقطة التي تعدم $f'(x)$.

5- ناقش عدد حلول المعادلة $m \cdot x \cdot \ln x = 1$ بحسب قيم m .

6- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

7- استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع f_1 المعطى وفق: $f_1(x) = \frac{1}{x \cdot \ln \frac{1}{x}}$ من C.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني السابع

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ ، المطلوب:

1- جد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

2- أثبت أن $y = ax + b$ مقارب مائل في جوار $\pm\infty$ وادرس وضعه النسبي .

السؤال الثاني:

ليكن التابع $f(x) = \sqrt{x^3}$ ، وليكن C الخط البياني لـ f . احسب القيمة التقريبية لميل المماس لـ C في نقطة منه فاصلتها $x = 4{,}1$.

السؤال الثالث:

اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $Z = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

$ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC ، جد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق: $\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$.

السؤال الثاني:

عيّن قيمة n في الحالة التالية: $2P_n^2 = 3\binom{n}{3}$.

السؤال الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = 4n + 1$ ، أثبت أن المتتالية حسابية عيّن أساسها ثم احسب $S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{12}$ و $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \cdots + u_{2n}$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,3]$ وفق: $f(x) = x\sqrt{3-x}$ ، المطلوب:

1- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، وبيّن ما له من قيم حدية .

2- أثبت أن التابع g المعطى بالعلاقة $g(x) = \frac{2}{5}(x^2 - x - 6)\sqrt{3-x}$ تابع أصلي لـ f على $]-\infty,3]$.

3- احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$.

التمرين الثاني:

ليكن لدينا العددين العقديين $Z_1 = 1 + i\ , Z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ ، المطلوب:

1- اكتب Z_1, Z_2 بالشكل الأسي والجبري .

2- استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{7\pi}{12}$.

3- أثبت أن $\omega_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$ هو حل للمعادلة $\omega^2 = 1 - i\sqrt{3}$ ثم أوجد الجذر الآخر .

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي: $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2} \\ u_0 = 0 \end{cases}$ ، المطلوب:

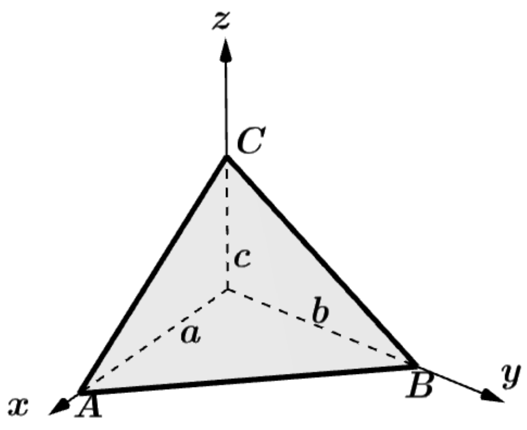
1- أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$.

2- أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3- علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها .

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:



نتأمل المعلم المتجانس في الشكل المجاور حيث a, b, c أعداد موجبة تماماً ، المطلوب:

أولاً: أثبت أن معادلة المستوي تعطى بالعلاقة:

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

ثانياً: بفرض $a=3\ , b=2\ , c=3$:

1- جد المعادلات الوسيطية للمستقيم OH حيث H هي مسقط O على (ABC) .

2- أوجد إحداثيات النقطة M نقطة تقاطع OH مع (ABC) .

3- أثبت أن المستقيم AB يعامد (OCH) .

المسألة الثانية:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{0,1\}$ وفق: $f(x)=-\frac{x}{2}+\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$ وليكن C خطه البياني.

1- أثبت أن النقطة $A\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$ هي مركز تناظر له .

2- ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها .

3- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=-\frac{1}{2}x$ مقارب لـ C وادرس وضعهما النسبي .

4- ارسم في معلم واحد d و C .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثامن

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(1,-3,-2), B(5,1,-4)$ ، أعطِ معادلة للمجموعة ع المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

السؤال الثاني:

حلة في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية: $e^x+5e^{-x}\leq 6$.

السؤال الثالث:

نريد تشكيل عدد مكون من 3 منازل وبأرقام مختلفة من عناصر المجموعة $S=\{2,3,5,6,7,9\}$

1- كم عدد يمكن تشكيله .

2- كم عدداً يقبل القسمة على 5 .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

أوجد مجموعة تعريف التابع f المعطى بالعلاقة: $f(x)=\frac{\ln(2+x)}{x^2+x}$ ثم احسب $\lim_{x\to -1} f(x)$

السؤال الثاني:

بفرض G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2),(B,-1),(C,2)$ ، ماذا تمثل مجموعة النقاط M في الفراغ التي تحقق العلاقة: $\|3\overrightarrow{MG}-3\overrightarrow{MA}\|=\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|$

السؤال الثالث:

أثبت بالتدرج أن 4^n+5 من مضاعفات العدد 3 أيّاً تكن $n\in\mathbb{N}$

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{x+4}{|x|+2}$ ، المطلوب:

1- ادرس قابلية f للاشتقاق عند $x = 0$ من اليمين .

2- اكتب معادلة نصف المماس لـ C في النقطة $A(0,2)$.

3- أوجد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

التمرين الثاني:

u_n , v_n متتاليتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية وفق:

$$\begin{cases} u_0 = e^3 \\ u_{n-1} = e\sqrt{u_n} \end{cases} \quad , \quad v_n = \ln(u_n) - 2$$

1- أثبت أن v_n هندسية عين أساسها وحدها الأول واستنتج صيغتها بدلالة n .

2- استنتج صيغة u_n بدلالة n واحسب نهايتها .

التمرين الثالث:

ليكن $P(Z) = Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8$ ، المطلوب:

1- a) تحقق أن 2 هو جذر لكثير الحدود $P(Z)$.

b) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$

2- في المستوي المركب $Z_A = 2, Z_B = 1 + i\sqrt{3}, Z_C = 1 - i\sqrt{3}$

a) اكتب كلاً من $Z_B, Z_C, \frac{Z_B}{Z_C}$ بالشكل الأسي .

b) عيّن مجموعة قيم $n \in \mathbb{N}$ بحيث يكون $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقياً .

3- عين النقاط A, B, C ثم بيّن طبيعة الرباعي $OBAC$.

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق: $f(x) = \frac{x}{\ln x} - e$ ، المطلوب:

1- أوجد D_f ، وأوجد معادلة كل مقارب لـ C يوازي $x'x$.

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ، ودل على القيم الحدية مبيّناً نوعها مع التعليل .

3- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

4- استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعطى وفق: $f_1(x) = \frac{x}{\ln(-x)} + e$.

المسألة الثانية:

لتكن H, D نقطتان من الفراغ ، ولتكن I منتصف $[HD]$ ، المطلوب:

1- بيّن أنه من أجل كل نقطة M يكون $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = MI^2 - ID^2$

2- استنتج أن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$ هي كرة .

3- لتكن $A(3,0,0), B(0,6,0), C(0,0,4), D(-5,0,-1)$

a) تحقق أن A, B, C تعيّن مستوياً .

b) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظماً لـ ABC .

c) اكتب معادلة المستوي ABC .

4- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم للمستقيم Δ المار بـ D ويعامد (ABC) .

5- احسب إحداثيات H المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC) .

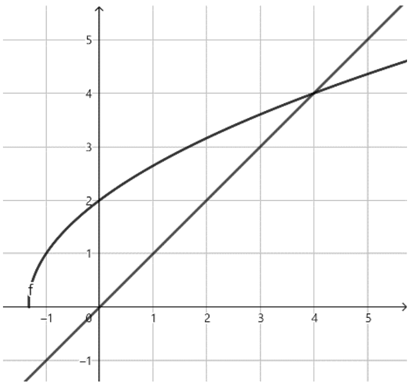
6- اكتب معادلة الكرة المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني التاسع

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:



تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ومن أجل $u_0 = 0$ ، المطلوب:

1- جد نقطة تقاطع C مع d .

2- هل المتتالية u_n محدودة من الأدنى أم من الأعلى؟

3- ما جهة اطراد المتتالية u_n؟

4- هل المتتالية u_n متقاربة؟ علل ذلك

5- أوجد نهاية u_n .

السؤال الثاني:

ليكن f تابعاً مستمراً ومعرفاً على المجال $I = [0,1]$ ويحقق $f(x) \in I$ أيّاً يكن x من I .

نرمز بالرمز K إلى التابع المعرف على I وفق: $k(x) = f(x) - x$. بتطبيق مبرهنة القيمة الوسطى على التابع K أثبت وجود عدد حقيقي α يحقق: $f(\alpha) = \alpha$.

السؤال الثالث:

أثبت صحة العلاقة: $\dfrac{n+1}{r+1} = \dfrac{\binom{n+1}{r+1}}{\binom{n}{r}}$

السؤال الرابع:

لتكن النقطتان $G\left(3 - i\sqrt{3}\right), H\left(3 + i\sqrt{3}\right)$ وليكن $\mathbb{R}$ الدوران الذي مركزه (O) ويحقق $R(H) = G$ ، احسب قياس الزاوية $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OG})$ واستنتج الصيغة العقدية للدوران R .

ثالثاً: حل التمارين الأربعة التالية: **(لكل سؤال 60 درجة)**

التمرين الأول:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x \cdot 2^{-x}$ ، ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، وارسم خطه البياني .

التمرين الثاني:

1- a) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2Z + 4 = 0$ ، ولتكن حلولها Z_1, Z_2 .

b) اكتب كلاً من Z_1, Z_2 بالشكل الأسّي .

2- a) $Z_A = 1 - i\sqrt{3}\,, Z_B = 1 + i\sqrt{3}\,, Z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3})$ ، احسب الأطوال AB, AC, BC ثم استنتج نوع المثلث ABC .

b) أوجد $\arg\left(\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}\right)$.

c) ليكن $Z = \frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$ ، احسب Z^6, Z^3 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل أي عدد طبيعي k .

التمرين الثالث:

لتكن لدينا المتتاليتان $(v_n)_{n\geq 0}\,, (u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 3 \end{cases} , v_n = 2u_n - 3$$

1- أثبت أن المتتالية v_n هندسية وجد أساسها .

2- احسب $v_0\,, v_4$ ثم احسب المجموع $S = v_4 + v_5 + \cdots + v_{10}$.

3- إذا علمت أن $3n^2 \geq (n+1)^2$ برهن بالاستقراء أن $3^2 \geq 2^n + 5n^2$ من أجل $n \geq 5$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن $\vec{n}(2, -1, 1)$ ولتكن النقاط $A(1,2,3), B(0,1,4), C(-1,-3,2), D(4,-2,5)$ ، المطلوب:

1- a) بيّن أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

b) بيّن أن $\vec{n}$ شعاع ناظم للمستوي (ABC) .

c) أوجد معادلة المستوي (ABC) .

2- a) ليكن Δ مستقيم تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \quad ; t \in \mathbb{R} \\ z = 4 - t \end{cases}$ ، بيّن أن D تنتمي للمستقيم Δ ، وأن هذا المستقيم عمودي على المستوي (ABC) ، ثم أوجد إحداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة D على المستوي (ABC).

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C_1 الخط البياني للتابع f_1 وفق $f(x) = \ln(ax + b)$

وليكن C_2 الخط البياني للتابع f_2 وفق $g(x) = e^x + b$

أولاً: عين a, b إذا علمت أن C_1 يمر بالنقطة $(e - 1,1)$ وأن C_2, C_1 متناظران بالنسبة لمنصف الربعين الأول والثالث .

ثانياً: إذا علمت أن $a = 1, b = -1$

1- أوجد معادلة كل مقارب لـ C_2, C_1 .

2- ادرس تغيرات g, f ونظم جدولاً بكل منهما .

3- أثبت أن C_1, C_2 متماسان في المبدأ $O(0,0)$.

4- ارسم C_2, C_1 في معلم واحد .

5- احسب مساحة السطح المحصور بين C_1 و $y'y$ والمستقيم $y = 1$.

المسألة الثانية:

راميان كل منهما يطلق طلقة واحدة على نفس الهدف ، وليكن A حدث إصابة الهدف من قبل الرامي الأول وليكن B حدث إصابة الهدف من قبل الرامي الثاني ، وليكن احتمال إصابة الهدف من قبل الراميان $\frac{1}{2}$ واحتمال إصابة الهدف من قبل الرامي الثاني فقط $\frac{1}{6}$ ، والمطلوب:

1- أثبت أن $P(A) = \frac{3}{4}\ , P(B) = \frac{2}{3}$.

2- إذا أصيب الهدف بطلقة واحدة، احسب احتمال أن يكون الرامي الأول قد أصاب الهدف .

3- نعرف متغير عشوائي X يدل على الطلقات التي أُصيب بها الهدف. اكتب مجموعة قيم X ثم عين جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه .

4- هل الحدثان A' و $A \cup B$ مستقلان احتمالياً؟ لماذا؟

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني العاشر

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(1,2,0), B(-1,0,2)$ ، أعطِ معادلةً للمجموعة ع المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق $MA = MB$ وما طبيعة ع ؟

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{x} - 3e^{-x} = -2$

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x + x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ ، أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب لـ C .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$ ، ادرس قابلية الاشتقاق عند (0) واكتب معادلة نصف المماس في النقطة $O(0,0)$.

السؤال الثاني:

لتكن لدينا النقاط A, B, C بحيث $Z_A = -1 + i\sqrt{3}\,, Z_B = -1 - i\sqrt{3}\,, Z_C = 2$ ، احسب $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$ وبيّن نوع المثلث ABC وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه واحسب نصف قطرها .

السؤال الثالث:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1-\sqrt{x^2+1}} & ; x \neq 0 \\ m & ; x = 0 \end{cases}$ ، ما قيمة m التي تجعل التابع مستمر على $\mathbb{R}$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

1) a) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - \sqrt{3}Z + 1 = 0$

b) نضع $Z_2 = \frac{\sqrt{3}-i}{2}\ , Z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$. اكتب Z_1^{2020} شكل مثلثي بأبسط صورة .

2) في مستوٍ مركب $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، لتكن $Z_B = \frac{\sqrt{3}-i}{2}\ , Z_A = \frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، وليكن R: الدوران الذي مركزه (O) وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، عين العدد العقدي للنقطة C صورة النقطة B بالدوران R .

3) ليكن T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{\omega}$ بحيث: $Z_{\vec{\omega}} = -\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ ، عين العدد العقدي للنقطة D صورة B وفق الانسحاب T .

4) عين طبيعة $ABCD$ ثم بيّن أن النقط A,B,C,D تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة وفق: $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

1- أثبت أن u_n متتالية هندسية ، عيّن أساسها واحسب المجموع: $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_5$

2- لنعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = \ln u_n$ ، أثبت أنها حسابية وعين أساسها .

التمرين الثالث:

نعتبر الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط:
$A(1,1,1), B(1,-1,0), C(2,0,1)$ ، المطلوب:

1- بيّن أن A,B,C تحدد مستوٍ ، ثم جد معادلة المستوي P_1 المحدد بالنقط A,B,C .

2- ليكن: $P_2: x - 2y - 2z + 6 = 0$ ، أوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P_1, P_2 .

3- بيّن أن النقطة O هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1),(B,2),(C,-1)$.

4- عين F مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = 2\sqrt{3}$

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = x^2(1 - \ln x)$ ، المطلوب:

1- أوجد D_f .

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها .

3- استنتج ما للتابع من مقاربات أفقية أو شاقولية مع دراسة الوضع النسبي للمقارب مع C .

4- بين ما للتابع من قيم حدية .

5- اكتب معادلة المماس لـ C في نقطة تقاطع C مع محور الفواصل .

6- ارسم C_f واستنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع f_1 المعيَّن بالعلاقة:

$$f(x) = x^2(\ln(-x) - 1)$$

المسألة الثانية:

في فضاء متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقط:
$A(1,0,-1), B(2,2,3), C(3,1,-2), D(-4,2,1)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على (ABC) واستنتج معادلة المستوي ABC .

3- احسب بعد النقطة D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $DABC$.

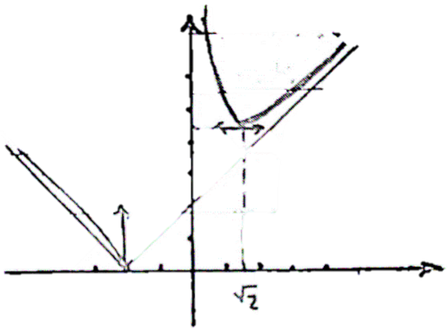
4- اكتب معادلة المخروط الذي رأسه D وقاعدته الدائرة المارة برؤوس المثلث ABC ومحوره $(O, \vec{k})$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الحادي عشر

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:



ليكن C الخط البياني للتابع f الموضح جانباً ، المطلوب:

1- أوجد D_f ، وأوجد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه المفتوحة ، واستنتج معادلة المقارب الشاقولي للخط .

2- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$.

3- اكتب معادلة المقارب المائل لخطه في جوار $+\infty$.

4- أوجد $f(-2)$ ، وهل f اشتقاقي عند (-2) ؟ علل ذلك

5- احسب $f'(\sqrt{2})$ ، واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)\geq 0$.

السؤال الثاني:

اكتب معادلة للمخروط الذي رأسه $A(7,0,0)$ ومحوره $(O,\vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $B(4,0,0)$ ونصف قطرها 3 .

السؤال الثالث:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2+(1+4i)Z-5-i=0$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

يحتوي صندوق 6 بطاقات متماثلة كتب عليها الأرقام $1,1,1,2,2,3$ نسحب من الصندوق بطاقتين على التتالي دون إعادة .

1- احسب احتمال أن تكون البطاقة الأولى تحمل الرقم (1) إذا كان مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين (4) .

2- إذا كان X متغير عشوائي يدل على جداء رقمي البطاقتين المسحوبتين . أوجد مجموعة قيم X وجدول توقعه الاحتمالي .

السؤال الثاني:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}}$ ، ادرس قابلية اشتقاق f عند (0) واكتب معادلة نصف المماس في $(0,0)$.

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا $A(1,1,1), B(0,-1,-1)$ ، أعط معادلة للمجموعة ξ المكونة من النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق المعادلة $MA=\sqrt{2}MB$ وما طبيعة ξ .

<u>ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية:</u> **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية فيها: $u_0=e^2$, $u_8=9u_{10}$ ، المطلوب:

1- عيّن أساس هذه المتتالية واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2- احسب بدلالة n الحد ذي الدليل n .

3- المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ معرفة بالشكل $v_n=\ln(u_n)$:

a) برهن أن v_n حسابية واكتب v_n بدلالة n .

b) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$.

c) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{S_n}{n^2}$.

التمرين الثاني:

في الفضاء المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، ليكن $G(4,-2,4)$, $B(1,1,-2)$, $A(3,-1,2)$
والمستوي P معادلته $P: x-2y+3z+8=0$

1- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات L نقطة تقاطع (AB) و P .

2- بيّن أن $G\in(AB)$ وأنها مركز أبعاد متناسبة لـ A,B وعيّن α,β .

3- عيّن طبيعة ξ مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق:

$$\left\|-3\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x)=3\sin^2 x+4\cos^3 x$ ، المطلوب:

1- قارن بين كل من $f(-x), f(x+2\pi)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج أنه تكفي دراسة f على المجال $[0,\pi]$.

2- أثبت أن $f'(x)=6\cos x\cdot\sin x\,(1-2\cos x)$ من أجل $x\in\mathbb{R}$.

3- ادرس تغيرات التابع f على $[0,\pi]$ وارسم C على $[-\pi,\pi]$

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x)=\frac{x}{\ln x}-e$ ، المطلوب:

1- أوجد مجموعة تعريف التابع f وأوجد معادلة كل مقارب لـ C .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيّناً نوعها واستنتج حلول المتراجحة $x > e\cdot\ln x$.

3- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C واستنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $h(x)$ المعرف وفق: $h(x)=\frac{x}{\ln(-x)}+e$

المسألة الثانية:

في مستوٍ مركب منسوب لمعلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، ليكن لدينا :

$$Z_A=\sqrt{3}+i\ ,Z_B=\overline{Z_A}\ ,Z_C=-\sqrt{3}-i$$

1- عين Z_D العدد العقدي للنقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ، ثم اكتب الشكل الأسي للأعداد المركبة للنقاط A,B,C .

2- عيّن قيم n كي يكون العدد $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^n\cdot\left(\frac{Z_B}{2}\right)^n\cdot\left(\frac{Z_C}{2}\right)^n$ تخيلي بحت سالب .

3- ليكن S التحويل النقطي الذي يرفق كل نقطة عددها العقدي Z بالنقطة Z' التي تحقق: $Z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)Z-\sqrt{3}+3i$ ، عين طبيعة S واذكر عناصره .

4- بيّن أن المجموعة Γ للنقط M التي عددها العقدي Z والتي تحقق العلاقة : $(Z-Z_A)\overline{(Z-Z_A)}=Z_C\cdot\overline{Z_C}$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

5- أثبت أن $\mathrm{Z_A},\mathrm{Z_B}$ هما جذرا المعادلة $Z^2-2\sqrt{3}Z+4=0$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثاني عشر

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأوّل:

ادرس نهاية التابع f عند القيمة a المعطاة:

1- $f(x) = x \cdot \sin\frac{1}{x}$ $\quad a = 0$ $\qquad$ 2- $f(x) = \frac{E(x)}{x}$ $\quad a = +\infty$

السؤال الثاني:

لتكن A, B, C صور الأعداد المركبة $Z_A = 1 - i \, , Z_B = 1 + i \, , Z_C = 1 + ie^{i\theta}$.

المطلوب: أثبت أن ABC مثلث قائم في C.

السؤال الثالث:

جد عددين x, y حيث $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ على أن تكون M مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,3) \, , (B,1) \, , (C,2)$.

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: **(لكل سؤال 45 درجة)**

السؤال الأول:

ليكن المستقيمان L_1, L_2 المعرفان بالشكل:

$$L_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 2t \; ; t \in \mathbb{R} \\ z = 2 \end{cases} \quad , \qquad L_2: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{5}$$

اكتب تمثيلاً وسيطياً لـ L_2 ثم بيّن أن L_1, L_2 متقاطعين بنقطة يطلب إيجادها ، ثم ثم احسب النسب المثلثية للزاوية بين L_1, L_2 .

السؤال الثاني:

أثبت أنه أياً كانت $x \in \left]-1, +\infty\right[$ فإن $\frac{x}{1+x} \leq \ln(1+x)$

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1, +1\}$ وفق: $f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2-1}$

ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

a) حلل ما يأتي: $Z^2 + 4$

b) في المستوي العقدي المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ لدينا:

$$Z_A = 2i\ , Z_B = -2i\ , Z_C = 3 - i\ , Z_D = 3 + i\ , Z_E = 2 - 2i\ , L = \frac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_B}$$

1- احسب طويلة L ، $\arg(L)$ وفسر النتيجة هندسياً .

2- أوجد صورة العدد العقدي E وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- عين مجموعة النقط M ذات العدد العقدي Z بحيث : $|-iZ + 2 + 2i| = |Z_A|$

c) شكِّل معادلة من الدرجة الثانية بحيث يكون جذراها Z_C, Z_D .

d) احسب $\frac{Z_D - Z_C}{Z_A}$ ثم بيّن أن الرباعي $CDAO$ متوازي أضلاع .

التمرين الثاني:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = [0,1[\cup]1, +\infty[$ وفق:

$$f(x) = x - 1 + \frac{\sqrt{x}}{x - 1}$$

1- أوجد كل مقارب لـ C .

2- أثبت أن $y = x - 1$ مقارب لـ C وادرس وضعه النسبي .

التمرين الثالث:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \sin x$ ، إذا كان f اشتقاقي على $\mathbb{R}$ n مرة ، أثبت بالتدريج أنه أيَّاً يكن $n \in \mathbb{N}^*$ فإن: $f^n(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot n + x\right)$

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

لتكن مجموعة التوابع f المعرفة على $D \subseteq \mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \ln(ax + b)$ ، المطلوب:

أولاً: عين a, b إذا علمت أن C يمر بالمبدأ وأن المستقيم $x = -1$ مقارب لـ C عندما $x \longrightarrow -1^+$.

ثانياً: من أجل $a = b = 1$ نحصل على $f(x) = \ln(x + 1)$

1- أوجد D_f وباستخدام تعريف العدد المشتق أثبت أن $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3- برهن أن f تقابل وأوجد تقابله العكسي f^{-1} .

4- ارسم كل مقارب ثم ارسم C واستنتج رسم C^{-1} الخط البياني للتابع f^{-1} .

المسألة الثانية:

في الفضاء المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط
$A(2,1,-1), B(1,-1,3), C\left(-\frac{3}{2}, -2,1\right), D\left(\frac{7}{3}, -3,0\right)$ ولتكن I منتصف $[AB]$

1- a) احسب إحداثيات I .

b) ليكن $P: 2x + 4y - 8z + 5 = 0$ مستوٍ محوري لـ $[AB]$ ، بيّن ذلك .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بـ C ويقبل $\vec{u}(1,2,-4)$ شعاع توجيه له .

3- a) جد إحداثيات E نقطة تقاطع Δ, P .

b) بيّن أن AB, Δ يقعان في مستوٍ واحد ، ثم استنتج أن المثلث IEC قائم .

4- a) بين أن (ID) عمودي على (AB) وعلى (IE) .

b) احسب حجم رباعي الوجوه $DIEC$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثالث عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C ، والمطلوب:

1- اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي لـ C .

2- هل يوجد مقاربات مائلة لـ C .

3- هل f اشتقاقي عند 3 ؟

4- عين القيم الحدية لـ f .

x	$-\infty$			-2			3		$+\infty$
f'		$-$		$\Vert$		$+$	$\vert\vert$	$-$	
f	1	$\searrow$	$-\infty$	$\Vert$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3

السؤال الثاني:

لتكن النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 3 + 5i\ , b = 3 - 5i\ , c = 7 + 3i$ ،
بين أن $\frac{b-c}{a-c} = 2i$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC = 2AC$.

السؤال الثالث:

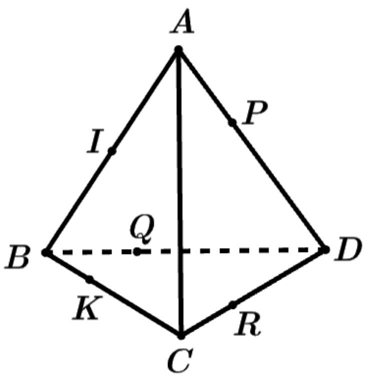
عين في منشور $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ الحد الذي يحوي x^{12} والحد المستقل عن x .

السؤال الأربعة:

احسب نهاية المتتالية المعرفة وفق: $f(x) = \frac{2n!+(-1)^n}{n!}$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:



$ABCD$ رباعي وجوه ، النقاط P, Q, R, K, I تحقق:

$\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}\ , \overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ , \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$ ولتكن R منتصف $[CD]$ ولتكن I منتصف $[AB]$ ، وليكن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,2), (B,2), (C,1), (D,1)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن المستقيمان PK, IR متقاطعان .

2- عين موضع النقطة J مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين المثقلتين $(A,2), (C,1)$.

3- عين المجموعة المكونة من النقاط M التي تحقق: $\left\Vert 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CM}\right\Vert = \left\Vert 2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DM}\right\Vert$

التمرين الثاني:

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية معرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+6} \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن التابع $x \to \frac{3x+2}{2x+6}$ متزايد تماماً واستنتج أن $1 \geq u_n > \frac{1}{2}$.

2- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً .

التمرين الثالث:

ليكن f التابع المعرف على المجال $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{x^2+4x+4\sin x}{x}$ ، المطلوب:

1- أوجد $\lim_{x\to 0} f(x)$.

2- برهن أن $y = x + 4$ مقارب لـ C عند $+\infty$ وادرس وضعه النسبي .

التمرين الرابع:

لتكن الأعداد المركبة $Z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}\,, Z_2 = \sqrt{3} + i\,, Z_3 = 1$ ، المطلوب:

1- اكتب كلاً من العددين Z_1, Z_2 بالشكل الأسي .

2- حل في C المعادلة $Z^2 = Z_1$.

3- اكتب العدد $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12} + \left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري

4- اكتب العدد $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي ثم استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء وثلاث كرات خضراء وواحدة صفراء ، نسحب عشوائياً وفي آن معاً ثلاث كرات من الصندوق ، ليكن X: المتحول العشوائي الذي يعبر عن عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة ، المطلوب:

1- ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X .

2- احسب كلاً من $P(X = 1), P(X = 3)$.

3- استنتج قيمة $P(X = 2)$.

4- احسب توقع X وانحرافه المعياري .

المسألة الثانية:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = (2 - x)e^x$ ، المطلوب:

1- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وارسم خطه البياني .

2- ما القيم الحدية التي يملكها f ؟

3- أوجد معادلة المماس في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- احسب مساحة السطح المحصور بين $x'x, c$ والمستقيمين $x = 0 , x = 2$.

5- عين الأعداد a, b, c حتى يكون التابع $G(x) = (ax^2 + bx + c)e^{2x}$ تابعاً أصلياً لـ $\left(f(x)\right)^2$.

6- استنتج قيمة v حجم المجسم الناتج عن دوران S .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الرابع عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
f'		$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
f	1	$\nearrow$	$+\infty \ \Vert\ -\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{9}$	$\searrow$	$-\infty\ \Vert\ +\infty$	$\searrow$	1

فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C ، والمطلوب:

1- جد مجموعة التعريف D_f .

2- أوجد $f(D_f)$.

3- اكتب معادلة المماس لـ C_f في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- اكتب معادلة كل مقارب لـ C .

السؤال الثاني:

جد العدد الطبيعي n إذا علمت أن $5\binom{n+1}{r} = 2\binom{n+1}{r+1}$.

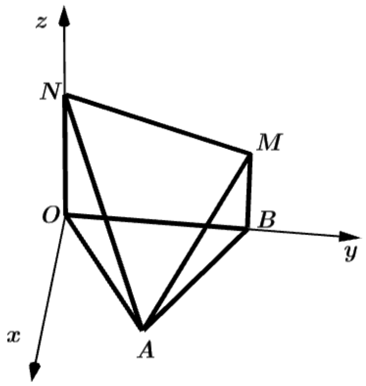
السؤال الثالث:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة الآتية: $Z^2 + (1+4i)Z - 5 - i = 0$

السؤال الرابع:

لتكن A, B, C الأعداد التي تمثلها الأعداد العقدية الآتية: $a = 3 + 5i\ , b = 3 - 5i\ , c = 7 + 3i$ أوجد $\frac{b-c}{a-c}$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC = 2AC$.

<u>ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة التالية:</u> (لكل تمرين 40 درجة)



التمرين الأول:

m, n عددان حقيقيان يحققان $n > m > 0$ ، وليكن $A(\sqrt{3}, 3, 0), B(0, b, 0), N(0, 0, n)$.

عين m, n ليكون المثلث MAN قائم في A وحجم المجسم $AOBMN$ يساوي $5\sqrt{3}$.

التمرين الثاني:

لتكن الأعداد المركبة $Z_2 = 2\sin\theta + 2i\cos\theta$, $Z_1 = -2\sin\theta + 2i\cos\theta$، المطلوب:

1- اكتب كلاً من العددين Z_1, Z_2 بالشكل الأسي .

2- حل في C المعادلة $Z^2 = Z_1$.

3- اكتب العدد $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12} + \left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري

4- اكتب العدد $Z = \frac{Z_1}{Z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي ثم استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{\pi}{12}$.

التمرين الثالث:

أثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أياً تكن $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

التمرين الرابع:

صندوق يحوي 5 كرات حمراء و 3 بيضاء وكرة سوداء، نسحب من الصندوق 3 كرات على التتالي مع الإعادة. المطلوب:

1- ما احتمال الحصول على ثلاث كرات من ألوان مختلفة (كرة من كل لون) ؟

2- إذا علمت أن الكرة الأولى سوداء ، ما احتمال أن تكون الثانية والثالثة بيضاء ؟

3- نعرف X متحولاً عشوائياً يدل على عدد الكرات السوداء المسحوبة ، عين مجموعة قيم X وجدوله الاحتمالي وتوقعه الرياضي .

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ لدينا النقاط :
$A(-1,1,1), B(-1,0,-1), C(4,3,-1), D(-6,-1,3)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C, D تقع في مستو واحد .

2- أوجد المعادلات الوسيطية لكل من المستقيمين $(AB), (CD)$.

3- أثبت أن المستقيمين $(AB), (CD)$ متقاطعان في نقطة يطلب تعيينها .

4- أوجد معادلة المستوي P المحدد بالمستقيمين $(AB), (CD)$.

5- احسب البعد بين المستويين P, Q بحيث: $Q: 12x - 20y + 10z + 20 = 0$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^2+bx+1}{x-1}$ ، المطلوب:

أولاً: عين a, b ليكون للتابع قيمة حدية صغرى أو كبرى مساوية للصفر من أجل $x = -1$.

ثانياً: من أجل $a = 2 , b = 1$

1- أثبت أن التابع f يكتب بالشكل $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-1}$.

2- أثبت أن المستقيم $y = x + 3$ مقارب لـ C في جوار $\pm\infty$.

3- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها وارسم C والمقاربات .

4- ناقش بيانياً بحسب قيم m حلول المعادلة $x^2 + (2-m)x + 1 + m = 0$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الخامس عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

احسب ما يلي:

1- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{\frac{x}{2}}$

2- $\int_1^x t\cdot\ln t\ dt$

السؤال الثاني:

ما الحد الذي يحوي x^2y في المنشور: $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^n$.

السؤال الثالث:

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة الآتية: $125Z^3+27=0$

السؤال الرابع:

a,b عددان حقيقيان ، C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$
عين a,b لتكون $y=4x+3$ معادلة المماس لـ C في النقطة التي فاصلتها $x=0$.

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I=]0,+\infty[$ وفق:
$f(x)=x-\ln\left(2+\frac{1}{x}\right)$ ، أثبت أن المستقيم $y=x-ln\,2$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$.

التمرين الثاني:

يحوي صندوق 6 بطاقات مرقمة بالأرقام 1,2,3,4,5,6 ، نسحب عشوائياً بطاقتين على التتالي دون إعادة ، المطلوب:

1- ما احتمال ظهور البطاقة ذات الرقم 2 بين البطاقتين المسحوبتين .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يدل على أصغر رقمي البطاقتين المسحوبتين

a) عين مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي .

b) احسب التوقع الرياضي $E(X)$ والتباين .

التمرين الثالث:

أثبت صحة المتراجحة $2\sin x + \tan x \geq 3x$ أيًّا تكن $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$.

التمرين الرابع:

نتأمل النقطتين A, B اللتين يمثلهما العددان $a = 2\,, b = 2e^{\frac{3i\pi}{4}}$ ، ولتكن I منتصف [AB]

1- a) ارسم شكلاً مناسباً ، وبين طبيعة المثلث OAB .

b) استنتج قياساً الزاوية $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OI}\right)$

2- a) أوجد العدد Z_I الممثل للنقطة I بصيغتيه الجبرية والأسية .

b) استنتج كلاً من $\cos\frac{3\pi}{8}\,, \sin\frac{3\pi}{8}$.

<u>ربعاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> **(لكل مسألة 100 درجة)**

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$A(1,0,-1)\,, B(2,2,3), C(3,1,-2), D(-4,2,1)$، والمطلوب:

1- استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) .

2- عين ω مركز الكرة التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 15 = 0$ واحسب نصف قطرها .

3- احسب بعد ω عن المستوي (ABC) .

4- أعط المعادلة الديكارتية P للمستوي المحوري للقطعة $[MN]$ حيث:
$M(1,0,0), N(-1,0,2)$.

5- ليكن $Q: x + y + z - 1 = 0$ ، بيّن أن المستويين $(ABC), Q$ متعامدان .

6- عين تقاطع المستويات الثلاث $(ABC), P, Q$.

7- عين مجموعة نقاط الفراغ M المعينة بالعلاقة:

$$\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) \cdot \left(3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) = 0$$

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة: $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ ، والمطلوب:

1- عين D_f مجموعة تعريف التابع f .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ، وبين ما له من مقاربات .

3- أثبت أن النقطة $A(-1,0)$ مركز تناظر للخط C .

4- ارسم مقاربات C ثم ارسم C .

5- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = f(n)$ ولنضع المتتالية

$S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ ، أثبت أن $S_n = \ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني السادس عشر

أولاً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: (لكل سؤال 45 درجة)

السؤال الأوّل:

هل يحوي منشور $\left(x+\frac{2}{x}\right)^{16}$ على حد فيه x^4؟ علل ذلك .

السؤال الثاني:

أوجد الحل المشترك لجهة المعادلتين: $\begin{cases} 3^x \cdot 3^y = 9 \\ 3^x + 3^y = 4\sqrt{3} \end{cases}$

السؤال الثالث:

يحوي صندوق 9 كرات متماثلة: كرتين حمراوين – ثلاث كرات بيضاء – أربع كرات زرقاء .

نسحب من الصندوق كرتين معاً ، نعطي القيمة (0) للكرة الحمراء والقيمة (1) للكرة البيضاء والقيمة (2) للكرة الزرقاء .

ليكن X متحول عشوائي يدل على مجموع القيم الناتجة عن سحب كرتين . اكتب مجموعة قيم X واحسب توقعه الرياضي .

ثانياً: أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاثة التالية: (لكل سؤال 45 درجة)

السؤال الأول:

في المستوي العقدي لدينا A, B الممثلين بالعددين $Z_A = 2 - 2i\ , Z_B = -i$.

اكتب العددين بالشكل الأسي ثم أثبت أن $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48}$ عدد حقيقي .

السؤال الثاني:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x) = \frac{\ln x}{x^2+1} + x$.

أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C ثم ادرس الوضع النسبي للخط C مع مقاربه .

السؤال الثالث:

نتأمل المعادلة التفاضلية: $E: y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

1- أثبت أن $f(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$ حل للمعادلة E .

2- عين K ليقبل f مماساً أفقياً عند $x = 0$.

ثالثاً: حل التمارين الثلاثة التالية: **(80 للأول – 70 للثاني – 70 للثالث)**

التمرين الأول:

ليكن لدينا التابع f المعرف على $x > 0$ وفق: $f(x) = ax + b + \frac{\ln x}{x}$ ، المطلوب:

1- عين a, b ليكون لـ C مماساً في النقطة $A(1,0)$ موازياً للمستقيم $y = 3x + 2$.

2- احسب $I = \int_1^e f(x)dx$.

التمرين الثاني:

لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n+2}{4} \end{cases}$ ، المطلوب:

1- برهن بالتدريج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n < 2$.

2- أثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً واستنتج أنها متقاربة .

3- a) لتكن المتتالية $v_n = u_n - 2$ ، بين أن v_n هندسية وعين أساسها .

b) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

c) أوجد نهاية u_n .

d) احسب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ بدلالة n واستنتج المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثالث:

ليكن $P(Z) = Z^3 - 4Z^2 + 8Z - 8$ ، المطلوب:

1- a) تحقق أن 2 هو جذر لكثير الحدود $P(Z)$.

b) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$.

2- في المستوي المركب $Z_A = 2 , Z_B = 1 + i\sqrt{3} , Z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

a) اكتب كلاً من $Z_B, Z_C, \frac{Z_B}{Z_C}$ بالشكل الأسي .

b) عين مجموعة قيم n العدد الطبيعي بحيث يكون $\left(\frac{Z_B}{Z_C}\right)^n$ حقيقياً .

3- عين النقاط A, B, C ثم بين طبيعة الرباعي $OABC$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

ربعاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D =]-1, +\infty[$ وفق: $f(x) = 1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$، المطلوب:

1- أوجد معادلة كل مستقيم مقارب لـ C وادرس الوضع النسبي لـ C مع مقارباته .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ثم عين القيم الحدية e^{π}, π^{e} .

3- استنتج من جدول التغيرات حلول المتراجحة $f(x) > 0$.

4- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C واستنتج رسم C_1 للتابع $f_1(x) = -1 - \frac{\ln x}{x}$.

5- احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيمين $x = 0 , x = \ln 2$.

المسألة الثانية:

لتكن D, H نقطتان من الفراغ، ولتكن I منتصف القطعة $[DH]$ ، المطلوب:

1- بين أنه من أجل كل نقطة M يكون $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = MI^2 - ID^2$.

2- استنتج أن مجموعة النقط M من الفراغ التي تحقق $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$ هي كرة .

3- لتكن $A(3,0,0) , B(0,6,0) , C(0,0,4) , D(-5,0,1)$:

a) تحقق أن A, B, C تعين مستوياً .

b) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(4,2,3)$ ناظماً لـ (ABC) .

c) اكتب معادلة المستوي (ABC) .

4- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار بـ D ويعامد المستوي (ABC) .

5- احسب إحداثيات النقطة H المسقط القائم لـ D على المستوي (ABC) .

6- اكتب معادلة الكرة المعرفة بالعلاقة $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MH} = 0$.

انتهت الأسئلة

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الامتحاني السابع عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

حل المعادلة التفاضلية $2y' + y = 1$ ثم عيّن حلها f الذي يحقق $f(-1) = 2$.

السؤال الثاني:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^3+4-4\cos x}{x^2}$

1- أوجد $\lim_{x \to 0^+} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم $y = x$ مقارب لـ C .

السؤال الثالث:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$.

السؤال الرابع:

في معلم متجانس، نتأمل النقطتين $A(2,5,3), B(-1,0,-1)$ ومستوياً P يقبل $\vec{u}(1,1,-2)$ و $\vec{v}(3,-1,-1)$ شعاعين موجهين، أثبت أن المستقيم (AB) عمودي على المستوي P .

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

أثبت أن $\sin x \leq x$ أيّاً كان $x \geq 0$.

التمرين الثاني:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقطة $A(2,2,-1)$ والمستويين P, Q: $\begin{matrix} P: x-y+z=0 \\ Q: 3x+z-1=0 \end{matrix}$

احسب بعد A عن المستقيم d الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين P, Q .

التمرين الثالث:

المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق: $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2 \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $1 \leq u_n \leq 2$.

2- أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 1)$ أيّاً يكن $n \in \mathbb{N}$.

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .

4- هل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة؟

التمرين الرابع:

ادرس تغيرات التابع $g(x) = (3 - x)e^x - 3$ المعرف على $\mathbb{R}$ ، وبين أن المعادلة $g(x) = 0$ يقبل في $\mathbb{R}$ حلين أحدهما معلوم .

__رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:__ **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^3}{e^x - 1} & ; x \neq 0 \end{cases}$ ، المطلوب:

1- بيّن أن f يقبل الاشتقاق عند $x = 0$ واكتب معادلة المماس في المبدأ (O) .

2- احسب نهاية f عند $\pm\infty$.

3- بين أن $\lim_{x \to -\infty} [f(x) + x^3] = 0$ وفسر النتيجة هندسياً .

المسألة الثانية:

نتأمل صندوقين، يحتوي الصندوق الأول على 3 كرات مرقمة بالأعداد 1,2,3 ويحتوي الصندوق الثاني على 4 كرات مرقمة بالأعداد 2,3,4,5 ، لنسحب عشوائياً كرة من الصندوق الأول ثم نسحب كرة من الصندوق الثاني، المطلوب:

1- اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذا الاختبار.

2- ليكن A الحدث " إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل تحمل الرقم 3 "

وليكن B الحدث " مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين أكبر تماماً من 5 "

هل الحدثان A, B مستقلان احتمالياً؟ علل ذلك

3- نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي وتباينه وانحرافه المعياري .

انتهت الأسئلة

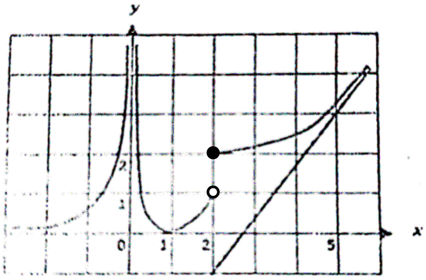
المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الامتحاني الثامن عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

تأمل C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً ثم أجب عن الأسئلة التالية:



1- جد معادلة كل مستقيم مقارب للخط C (أفقي – شاقولي – مائل) .

2- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}$ ؟

3- هل f اشتقاقي على المجال $]0, +\infty[$ ؟

4- ما حلول المعادلة $f(x) = 0$ وما حلول $f'(x) < 0$.

السؤال الثاني:

نتأمل المستويات: $P_1: 2x-y+3z=2$ ، $P_2: x+2y+z=1$ ، $P_3: 3x-4y+5z=3$ ، والمطلوب: بطريقة غاوس حل جملة معادلات المستويات السابقة وبيّن أن المستويات تشترك بمستقيم مشترك d ، ثم جد تمثيلاً وسيطياً له .

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، لتكن النقطتان $A(1,2,0), B(1,0,1)$ والمستوي $P: x + z = 0$ ، والمطلوب:

1- ادرس وضع المستقيم (AB) مع المستوي P .

2- جد معادلة للمستوي Q المار من A, B والعمودي على المستوي P .

السؤال الرابع:

في معلم متجانس لدينا النقاط $A(3,2,1), B(1,2,0), C(3,1,-2), D(13,1,3)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن النقاط A, B, C تعين مستوياً وحيداً P .

2- أثبت وجود عددين حقيقين t, s يحققان $\overrightarrow{AD} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ ، ماذا تستنتج بشأن النقطة D

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

a) عين مجموعة النقاط $M(z)$ التي يحقق العدد العقدي z الذي يمثلها الشرط $\arg(z) = -\frac{\pi}{4}$

b) اكتب العدد العقدي ω بالشكل المثلثي: $\omega = 2i\left(\sin\frac{\pi}{7} + i\cos\frac{\pi}{7}\right)^6$.

التمرين الثاني:

a) لتكن a, b, c ثلاثة حدود متوالية من متتالية هندسية أساسها q تحقق:

$a + b + c = 36.75\,, abc = 343$ ، أثبت أن: $(4q-1)(q-4) = 0$

b) لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها r وفيها $\begin{matrix} u_1+u_2+u_3=9 \\ u_{10}+u_{11}=40 \end{matrix}$ ، احسب r, u_0 .

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = 2\cos x - \cos 2x$ ، المطلوب:

1- أثبت أن العدد 2π دور للتابع f ، ثم أثبت أن f تابع زوجي واستنتج الصفة التناظرية للخط البياني C .

2- أثبت أن $f'^{(x)} = -2\sin x\,(1 - 2\cos x)$.

3- ادرس التابع f على المجال $[0, \pi]$ وارسم C في المجال $[-\pi, \pi]$.

التمرين الرابع:

ليكن f التابع المعرّف على المجال $[0,2]$ وفق: $f(x) = E(x) + \left(x - E(x)\right)^2$:

1- اكتب $f(x)$ بعبارة مستقلة عن $E(x)$: (حيث $E(x)$ تابع الجزء الصحيح)

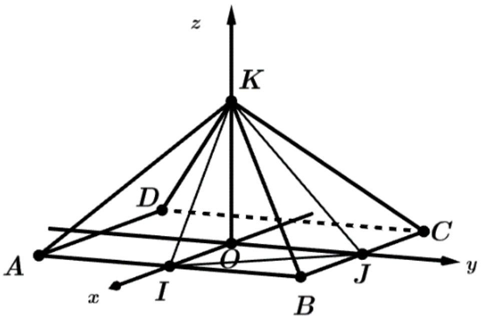
2- أثبت أن f مستمر على المجال $[0,2]$.

3- ارسم C_f الخط البياني للتابع f على المجال $[0,2]$.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\overrightarrow{Oi},\overrightarrow{Oj},\overrightarrow{Ok})$ نتأمل الهرم (K_ABCD) قاعدته المربع $ABCD$ مركزه O ، ولتكن النقطتان I,J منتصفا $[AB],[BC]$ على الترتيب، المطلوب:



1- جد إحداثيات رؤوس الهرم (K_ABCD) والنقطتين I,J .

2- احسب حجم الهرم (K_ABC) .

3- احسب $\overrightarrow{KA}\cdot\overrightarrow{KC}$ بأسلوبين واستنتج $\cos(\widehat{AKC})$.

4- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من O والعمودي على المستوي (IJK) .

5- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للقطعة المستقيمة $[BK]$ واستنتج أن المستقيم d يقطع القطعة المستقيمة $[BK]$ في نقطة N احسب إحداثياتها .

المسألة الثانية:

المتتاليتان $(S_n)_{n\geq0}$ ، $(t_n)_{n\geq0}$ المعرّفتان تدريجياً وفق:

$$\begin{cases} s_0 = 12 \\ s_{n+1} = \dfrac{t_n + 3s_n}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} t_0 = 1 \\ t_{n+1} = \dfrac{t_n + 2s_n}{3} \end{cases}$$

1- أثبت أن المتتالية $(\omega_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $\omega_n = s_n - t_n$ هندسية واكتب ω_n بدلالة n واحسب نهايتها.

2- أثبت أن المتتاليتين $(S_n)_{n\geq0}$ ، $(t_n)_{n\geq0}$ متجاورتان.

3- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_n = 3t_n + 8s_n$ ثابتة واستنتج قيمتها الثابتة .

4- استنتج نهاية كل من المتتاليتين $(S_n)_{n\geq0}$ ، $(t_n)_{n\geq0}$.

5- اكتب كل من t_n و s_n بدلالة n .

انتهت الأسئلة

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الامتحاني التاسع عشر

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأوّل:

احسب كلاً مما يأتي:

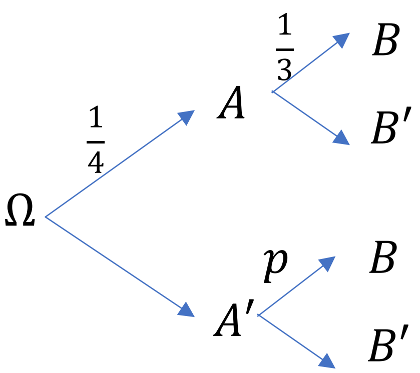
1- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\cdot\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right)$ 2- $\int_0^e \ln x\,dx$

السؤال الثاني:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=e^x$

1- أوجد $f(0), f'(x), f'(0)$.

2- استنتج $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}$



السؤال الثالث:

ليكن B, A حدثان مرتبطين بتجربة عشوائية معروضة بالمخطط الشجري المجاور .

كيف نختار قيمة p حتى يكون الحدثان A, B مستقلين احتمالياً .

السؤال الرابع:

a عدد حقيقي ، و f هو التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=ax^3+3x^2+3x$ ، هل يمكن تعيين a ليكون للتابع f قيمة حدية عند $x=1$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

لتكن $(x_n)_{n\geq0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة: $\begin{cases} x_0=5 \\ x_{n+1}=\frac{6}{5}x_n+\frac{4}{5}\end{cases}$ ، والمطلوب:

1- نعرف $(y_n)_{n\geq0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$ ، أثبت أن $(y_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية .

2- اكتب y_n بدلالة n .

التمرين الثاني:

ليكن Z عدداً عقدياً ما ، وليكن ω عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد ،

أثبت أن $\frac{\omega\overline{Z}-Z}{i\omega-i}$ تخيلي بحت .

التمرين الثالث:

أثبت ان حجم الكرة التي مركزها (O) ونصف قطرها R يعطى بالعلاقة $v=\frac{4}{3}\pi R^3$.

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

التمرين الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $D=\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{4x^2-5x+1}{x+3}$

1- جد الأعداد a,b,c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+3}$ أيّاً يكن $x\in\mathbb{D}$.

2- احسب $J=\int_2^0 f(x)dx$.

<u>رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف وفق: $f(x)=\ln(e^{2x}-e^x+1)$ ، المطلوب:

1- أثبت أن f معرف على $\mathbb{R}$.

2- أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=2x$ مقارب لـ C عند $+\infty$.

3- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

4- اكتب معادلة المماس الموازي لـ $x'x$.

5- ارسم كلاً من المماس المقارب، ثم ارسم C في المعلم في ذاته .

المسألة الثانية:

في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لدينا:

$$A(1,0,-1),B(2,2,3),C(3,1,-2),D(-4,2,1)$$

1- أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي (ABC) واستنتج معادلة المستوي (ABC)

2- أثبت أن المثلث (ABC) قائم واحسب مساحته .

3- احسب بعد D عن المستوي ABC ثم احسب حجم رباعي الوجوه $/DABC/$.

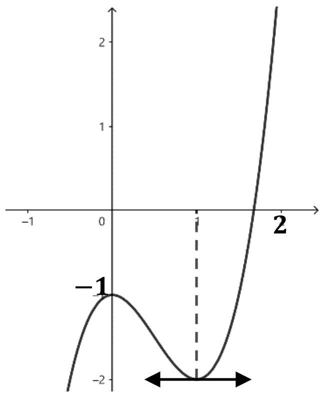
4- أوجد معادلة المستوي P العمودي على المستوي (ABC)والمار بالنقطة $E(0,1,1),F(1,0,1)$.

5- أوجد معادلة المستوي Q العمودي على $(ABC),P$ والمار بالنقطة $G(1,1,1)$

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني العشرون

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**



السؤال الأوّل:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = ax^3 + bx + c$ ، من الرسم البياني أجب عما يلي:

1- أوجد نهاية f عند $\pm\infty$.

2- أوجد قيمة كل من a, b, c .

السؤال الثاني:

احسب نهاية كل من التوابع الآتية عند القيمة المعطاة a:

1- $f(x) = \frac{2x+\sin x}{x-2}$ $; a = +\infty$ 2- $f(x) = \frac{\cos 3x - \cos x}{x \cdot \sin x}$ $; a = 0$

السؤال الثالث:

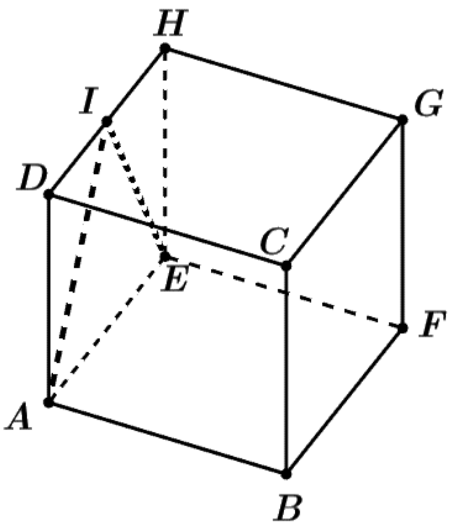
وظّف تعريف العدد المشتق في إيجاد نهاية التابع $f(x) = \frac{\cos 3x}{x - \frac{\pi}{2}}$ عند $\frac{\pi}{2}$.

السؤال الرابع:

اختزل المقدار $\frac{(2n-2)!}{(2n-3)(2n-5)\times \ldots \times 5\times 3\times 1}$

ثانياً: أجب عن التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:



نجد جانباً مكعباً طول ضلعه (1) مزوداً بمعلم متجانس $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AD})$ حيث I منتصف $[DH]$ ، المطلوب:

1- أعط إحداثيات النقاط A, E, I .

2- جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3- جد إحداثيات M التي تحقق: $3\overrightarrow{FM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EO}$.

4- بيّن فيما إذا كان الشعاعان $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IE}$ متعامدان أم لا .

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على خمس كرات: ثلاث كرات سوداء اللون وكرتان بيضاويتان، نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق ونسمي X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة، المطلوب:

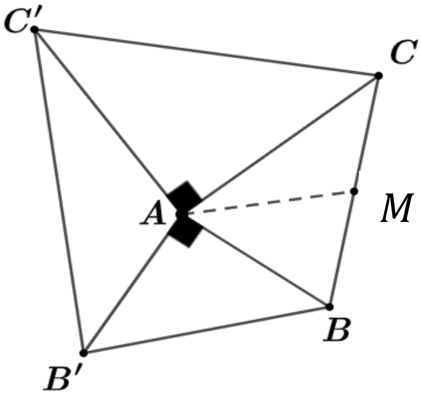
1- عين مجموعة قيم X ، واكتب قانونه الاحتمالي .

2- احسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث:

أوجد الشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي منشور $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$ على حد ثابت مستقل عن x ، ثم انشر $\left(x+\frac{1}{x}\right)^4$.

التمرين الرابع:



نتأمل في المستوي ABC مثلث مباشر التوجيه، M منتصف $[BC]$ ، وليكن ABB', ACC' مثلثين قائمين ومتساويي الساقين مباشرين، المطلوب:

1- أثبت أن المتوسط AM في المثلث ABC هو ارتفاع في المثلث $A'B'C'$.

2- أثبت أن $BC' = 2AM$.

<u>ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(2,1,3), B(1,0,-1), C(4,0,0), D(0,4,0), E(1,-1,1)$ ، المطلوب:

1- جد $\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AB}$.

2- أثبت أن النقاط E, D, C ليست واقعة على استقامة واحدة .

3- أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE) .

4- اكتب معادلة المستوي (CDE) .

5- أوجد نقطة تقاطع المستقيم (AB) مع المستوي (CDE) .

6- احسب بعد B عن المستوي (CDE) .

7- اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE) .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ ، والمطلوب:

1- أثبت أن f تابع زوجي، واستنتج صفة التناظرية له .

2- ادرس نهاية f عند $\pm\infty$.

3- أثبت أن $f(x) - x = \frac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}$ أيّاً يكن $x \in \mathbb{R}$ ، واستنتج أن C يقبل مقارباً مائلاً له في جوار $+\infty$ وعين الوضع النسبي لـ C مع d .

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

5- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم C .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الواحد والعشرون (جزء أول)

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية:

السؤال الأوّل:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f، المطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\Vert$	$-\infty \nearrow$	1	$\searrow$	0

1- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

2- ما عدد القيم الحدية للتابع f ؟

3- اكتب معادلة مماس المنحني للتابع عند نقطة فاصلتها $x = 1$.

السؤال الثاني:

ليكن التابع f المعرف على $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$ وفق: $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ، أوجد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم عين A $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $[1.95,2.05]$.

السؤال الثالث:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة الآتية: $\ln(x-1) = \ln x - \ln(x+1)$.

السؤال الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ ، المطلوب:

1- جد الأعداد a, b, c التي تحقق: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ أيّاً يكن $x \in D$.

2- احسب $I = \int_0^2 f(x)dx$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة التالية: (لكل تمرين 80 درجة)

التمرين الأول:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n} \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $0 < u_n < 1$ أيّاً يكن $n \in \mathbb{N}$.

2- نعرف $(v_n)_{n\geq0}$ حيث: $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ ، أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية واستنتج $(v_n)_{n\geq0}$ بدلالة n .

3- اكتب $(u_n)_{n\geq0}$ بدلالة n واحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني:

إذا كان $\frac{1}{2} + \frac{\cos x - 1}{x^2} = f(x)$ أيّاً يكن $x \in \mathbb{R}^*$ ، أوجد نهاية التابع f عند الصفر .

التمرين الثالث:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ والمطلوب:

احسب نهاية f عند الصفر

هل f مستمر عند الصفر؟ هل هو مستمر على $\mathbb{R}$ ؟ علل إجابتك

التمرين الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

1- ادرس نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج ما له من مقاربات غير مائلة.

2- عين الأعداد a , b , c التي تحقق $f(x) = ax + c + \frac{c}{x-1}$.

3- استنتج معادلة المقارب المائل للخط البياني C للتابع f وادرس الوضع النسبي للمنحني مع هذا المقارب.

<u>ربعاً: حل المسألتين الآتيتين:</u> **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = e^x + 2 - x$ ، ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x) > 0$.

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \frac{x-1}{e^x}$ ، والمطلوب:

1- أثبت أن $f'(x) = \frac{1}{e^x} g(x)$.

2- بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً α حيث: $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

3- أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$ ، وادرس الوضع النسبي .

4- ارسم Δ, C في معلم متجانس ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمين $x = 0 , x = 1$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$ ، والمطلوب:

1- أوجد معادلة المقارب المائل لـ C، وادرس الوضع النسبي لـ C مع مقاربه .

2- ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها، وبيّن أنه يبلغ قيمة حدية، عيّنها وبيّن نوعها .

3- استنتج أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه α ، ثم أثبت أن $1 < \alpha < 2$.

4- ارسم المقارب المائل، ثم ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات التي معادلاتها $y = x - 2 \, , x = \ln 2 \, , x = \ln 3$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثاني والعشرون (جزء أول)

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية:

السؤال الأوّل:

تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، المطلوب:

1- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f ؟

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

السؤال الثاني:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$ ، المطلوب:

1- أثبت أن f محدود.

2- استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$.

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة S الكرة التي مركزها (O) ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أن المستوي P الذي معادلته $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

السؤال الرابع:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $9^x+3^{x+1}-4=0$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية:

التمرين الأول:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ، والمطلوب:

1- احسب نهاية f عند $\pm\infty$.

2- أثبت أن $y=x+1$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ مع C .

التمرين الثاني:

في معلم متجانس C_f, C_g هما الخطان البيانيان للتابعين f, g المعرفين على المجال: $I = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$

وفق: $f(x) = \ln(2x-1)\ ,g(x) = -2e^{1-x} + 2$ ، المطلوب:

1- أثبت أن $f(x) \geq g(x)$ على المجال $[1, +\infty[$.

2- أثبت أن C_f, C_g يقبلان مماساً مشتركاً في النقطة التي فاصلتها $x = 0$ واكتب معادلة المماس المشترك لهما في نقطة تماسهما.

التمرين الثالث:

حل في D المعادلة: $Z^2 = -7 + 24i$.

التمرين الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = (1-x)\cdot 2^x$ ، ادرس تغيرات التابع f وارسم خطه البياني.

<u>رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:</u>

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0), B(1,2,1), C(4,0,0)$ ، والمطلوب:

1- أثبت أن A, B, C تحدد مستوٍ.

2- أوجد معادلة المستوي (ABC) .

3- أوجد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك للمستويين P, Q حيث: $\begin{matrix} P: x+2y-z-4=0 \\ Q: 2x+3y-2z-5=0 \end{matrix}$

4- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d الفصل المشترك لـ P, Q .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على D_f وفق: $f(x) = \ln(e^{2x} - e^x + 1)$

1- أوجد D_f .

2- أثبت أن f يكتب بالشكل $f(x) = 2x + \ln(1 - e^{-x} + e^{-2x})$.

3- أثبت أن $y = 2x$ مقارب مائل في جوار $+\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

5- اكتب معادلة المماس T لـ C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

6- ارسم كل مقارب وجدته و T ثم ارسم C في المعلم ذاته .

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الثالث والعشرون (جزء ثاني)

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: (لكل سؤال 40 درجة)

السؤال الأوّل:

صندوقان متماثلان أحدهما I يحوي كرتين حمراوين وثلاث كرات بيضاء، والآخر II يحوي n كرة حمراء وكرة بيضاء. نختار عشوائياً صندوق، ثم نسحب منه كرة واحدة فقط، ليكن A حدث الحصول على كرة حمراء وليكن B حدث اختيار الصندوق I. احسب n إذا علمت أن $P(B|A) = \frac{5}{8}$

السؤال الثاني:

أوجد قيمة n في المعادلة: $P_{n+2}^{4} = 14P_{n}^{3}$.

السؤال الثالث:

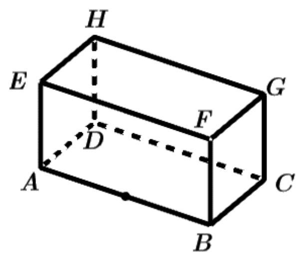
أوجد المسقط القائم للنقطة $A(1,0,1)$ على المستقيم (BC) حيث: $B(2,-1,0), C(1,1,1)$.

السؤال الرابع:

في أحد المراكز يوجد ثلاثة مهندسين وعشرة عمال ، بكم طريقة يمكن اختيار مهندس مديراً وعاملان أحدهما مشرف .

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: (لكل تمرين 60 درجة)

التمرين الأول:



$ABCDEFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2, BC = GC = 1$ و $\widehat{DAB} = 45°$ والنقطة I منتصف $[EF]$ ، المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

2- عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

3- أوجد معادلة الكرة المارة بالرؤوس E, F, G .

التمرين الثاني:

في المستوي المركب $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ليكن لدينا $Z_A = 1 + 2i \,, Z_B = 1 + \sqrt{3} + i, Z_C = 1 - 2i$

1- تحقق أن $\frac{c-b}{a-b} = i\sqrt{3}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

2- عين العدد العقدي للنقطة ω مركز الدائرة (C) المارة برؤوس المثلث ABC .

3- عين العدد العقدي للنقطة D صورة ω وفق تحاكٍ H مركزه B ونسبته 2 ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث:

أولاً: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2\sqrt{2}Z + 4 = 0$.

ثانياً: $Z_A = \sqrt{2} + i\sqrt{2}\,, Z_B = \overline{Z_A}$

1- اكتب Z_B, Z_A بالشكل الأسي ثم بين أن $\left(\frac{2}{Z_B}\right)^{2018}$ تخيلي بحت .

2- C صورة B وفق تحاكٍ H مركزه ω حيث $\omega = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ونسبته (-3) ، أوجد العدد العقدي c الممثل للنقطة C .

3- احسب Z_D صورة B وفق دوران مركزه (O) وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

ثالثاً: 1) بين أن $\frac{Z_C - Z_B}{Z_D - Z_A} = i$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACD .

2) أوجد العدد العقدي لـ E بحيث يكون الرباعي $ACED$ مربعاً .

التمرين الرابع:

في مستو منسوب لمعلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن لدينا النقاط التالية:

$A(1,4,-5), B(3,2,-4), C(5,4,-3), D(-2,8,4)$ والشعاع $\vec{u}(1,5,-1)$، المطلوب:

1- بيّن أن $x - 2z - 11 = 0$ هي معادلة (ABC) .

2- حدد تمثيلاً وسيطياً لـ T المار بـ D ويوازي $\vec{u}$.

3- ليكن $P: x - y - z - 7 = 0$، المطلوب:

a) بيّن أن (ABC), P يتقاطعان، جد المعادلات الوسيطية للفصل المشترك .

b) أثبت أن Δ, T متخالفان .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

ليكن لدينا التابع f المعرف على $]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$ وفق $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$، والمطلوب:

1- أوجد نهاية f عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج ما له من مقاربات غير مائلة.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- في معلم متجانس، ارسم الخط البياني للتابع f.

4- لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالتدريج وفق: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{2u_n+1}{u_n+2}$:

a) أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$ أياً تكن $n\in\mathbb{N}$.

b) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة.

c) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

المسألة الثانية:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,-2,1)$ والمستويين: $P_1:-x+y+2z+1=0$ و $P_2:-3x+y+z+4=0$

1- جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار بالنقطة A ويقبل $\vec{u}(1,5,-2)$ شعاعاً موجهاً له .

2- برهن أن المستويين P_1,P_2 متقاطعان، ثم تحقق أن تقاطعهما هو المستقيم d .

3- اكتب معادلة المستوي Q المار بالنقطة $B(-1,4,0)$ ويعامد كلاً من P_1,P_2 ، ثم استنتج نقطة تقاطع المستويات .

4- لتكن النقطتان $E(2,3,-1),H(0,3,-2)$:

a) برهن أن H هي المسقط القائم للنقطة B على المستوي P_1 .

b) عين طبيعة المثلث EBH ثم احسب حجم رباعي الوجوه $AEBH$.

انتهت الأسئلة

النموذج الامتحاني الرابع والعشرون

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأول:

انظر جدول التغيرات التالي ثم أجب:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		‖	$+$	
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$		‖	$-\infty \nearrow 1$	

1- اكتب مجموعة تعريف التابع ومستقره الفعلي.

2- أوجد النهايات عند أطراف مجموعة تعريفه.

3- أوجد ما لـ C من مقاربات أفقية أو شاقولية مبيناً وضعها النسبي.

4- ناقش بحسب قيم K عدد حلول المعادلة: $f(x) = K$.

السؤال الثاني:

إذا كان احتمال مشاركة أحد الطلاب A في سباق الجري الذي تقيمه المدرسة هو $\frac{8}{10}$ واحتمال مشاركة الطالب B في السباق نفسه هو $\frac{5}{10}$، واحتمال مشاركة الطالب A بشرط مشاركة B هو $\frac{9}{10}$، فإذا شارك الطالب A بالسباق، ما احتمال عدم مشاركة B؟

السؤال الثالث:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن: $B(1,1,2)$, $A(2,1,-3)$, $P: x + y + z = 0$،
المطلوب: أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P بنقطة واحدة وعين هذه النقطة.

السؤال الرابع:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x) = -\frac{2x}{x+1}$، المطلوب:

1- أوجد نهاية التابع f عند $\pm\infty$ وعند -1 ثم أوجد معادلة المستقيمات المقاربة لخطه البياني.

2- ادرس الوضع النسبي لكل مقارب وجدته.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

ليكن c الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ بالعلاقة $f(x) = \sqrt{x^2+1}$:

1- برهن أن التابع f زوجي واستنتج الصفة التناظرية له .

2- برهن أن $\Delta: y = x$ مقارب مائل ل c في جوار $+\infty$.

3- ادرس تغيرات f وارسم c و Δ في معلم واحد، ثم ناقش تبعاً لقيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

التمرين الثاني:

اكتب $\sin^3\theta$ بصيغة عبارة خطية في النسب المثلثية لمضاعفات الزاوية θ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3\sin x - \sin 3x}{4x^3}$

التمرين الثالث:

ليكن كثير الحدود من الدرجة الثالثة: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

1) أثبت أن $P(-1) = 0$.

2) أثبت أن $P(z)$ يكتب بالشكل: $P(z) = (z+1)Q(z)$ حيث $Q(z)$ كثير حدود من الدرجة الثانية .

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

4) مثل حلول المعادلة $P(z) = 0$ في مستوٍ عقدي .

التمرين الرابع:

متتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق: $u_0 = 1 \,, u_{n+1} = \frac{u_n+1}{u_n+3}$

1- أثبت أن التابع $x \to \frac{x+1}{x+3}$ متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$.

2- أثبت أن $0 < u_n \leq 1$ أيا كانت $n \in \mathbb{N}$.

3- أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

- Gمركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A,2),(B,1),(C,-1)$.
- G'مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط . $(A,2),(B,-1),(C,1)$.

المطلوب:

1- عين المجموعة ξ المكونة من النقاط M التي تحقق:

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|$$

2- عين المجموعة F المكونة من النقاط M التي تحقق:

$$\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\| = \|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$$

3- نزود الفضاء بمعلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ونفترض أن النقاط A,B,C معطاة بالشكل $A(0,0,2),B(-1,2,1),C(-1,2,5)$ ، المطلوب:

a- احسب إحداثيات G,G' .

b- أثبت أن ξ,F متقاطعتان .

c- احسب r نصف قطر الدائرة s الناجمة عن تقاطع ξ,F .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق: $f(x)=\frac{x^2+3}{x-1}$.

1- أثبت أن $f(x)$ يكتب بالشكل $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$ ثم برهن أن $\Delta: y=ax+b$ مقارب مائل لـ C في جوار $\pm\infty$.

2- ادرس تغيرات التابع على المجال المعطى ونظم جدولاً بها ثم ارسم C و Δ في معلم واحد .

3- استنتج مشتق كل من التوابع المعطاة اعتماداً على ما وجدته في 2:

$$g(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x}-1} \quad ; x\in]1,+\infty[$$

$$h(x)=\frac{\cos^2 x+3}{\cos x-1} \quad ; x\in]0,2\pi[$$

4- استنتج الرسم البياني لـ C_L الخط البياني للتابع g المعرف وفق: $L(x)=\frac{-x^2-3}{x-1}$

انتهت الأسئلة

المدرّس: محمد رسول صباغ
0934131159

النموذج الامتحاني الخامس والعشرون

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة التالية: **(لكل سؤال 40 درجة)**

السؤال الأول:

ليكن $f(x) = 2x\sqrt{x^2 - 9}$. احسب حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحددة بالمستقيمين $x = 0\,, x = 3$ والخط C حول $x'x$ دورة كاملة .

السؤال الثاني:

حل في $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين:

$$\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$$

السؤال الثالث:

ليكن g التابع المعرف على $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ وفق $g(x) = \tan x$، والمطلوب:

1- احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ و $g'(x)$ و $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$.

2- ليكن f التابع المعرف على $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ وفق $f(x) = \sqrt{2x + 1}$، اكتب معادلة المماس في النقطة التي فاصلتها $x = 4$.

السؤال الرابع:

نرمز $E(x)$ إلى الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x. ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x) = \frac{x^2 - E(x)}{x^2 + 1}$$

1- احسب نهاية التابع f عند $+\infty$.

2- اكتب f بعبارة مستقلة عن $E(x)$ ثم ادرس استمرارية f على $I = [0,2]$.

ثانياً: حل التمارين الأربعة التالية: **(لكل تمرين 60 درجة)**

التمرين الأول:

ليكن $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ في حالة عدد طبيعي غير معدوم n، ليكن في حالة عدد طبيعي غير معدوم n

$$S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

1- احسب S_1 و S_2، ثم احسب S_{n+1} بدلالة S_n .

2- أثبت بالتدريج أن $S_n = \frac{n}{n+1}$.

التمرين الثاني:

صُنعت قطعة نقود بحيث يكون احتمال ظهور الشعار (H) هو $\frac{3}{4}$ واحتمال ظهور الكتاب هو $\frac{1}{4}$.
ألقيت قطعة النقود ثلاث مرات متتالية. ليكن X متغير عشوائي يدل على عدد الصور الظاهرة في الرميات الثلاثة، أوجد قيم المتحول العشوائي X، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثم احسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث:

لتكن المجموعة: $S = \{1,2,3,4,5\}$ ولدينا مجموعة H من الأعداد التي تتميز بالخصائص :

- أرقامها مختلفة ومأخوذة من S
- لا يوجد أي منها من مضاعفات العدد 5
- كل عدد منها أكبر من 20000
- ما هو عدد عناصر H ؟

التمرين الرابع:

ليكن $ABCDEFGH$ مكعباً في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس: $\left(A; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$

1- عيّن إحداثيات النقاط D, B, E, G .

2- أعطِ تمثيلاً وسيطياً للمستقيم AG .

3- أثبت أن المستقيم AG ناظماً للمستوي EDB .

4- أوجد إحداثيات J نقطة تقاطع المستقيم AG مع المستوي EDB .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: **(100 درجة لكل مسألة)**

المسألة الأولى:

A) في صندوق 8 كرات حمراء و 5 كرات زرقاء وكرتين خضراوين، نسحب مكن الصندوق كرتين على التتالي مع إعادة، احسب احتمال كل من: A: سحب كرة حمراء واحدة على الأقل. A' سحب كرة حمراء واحدة على الأكثر.

B) نوزع الكرات على ثلاث صناديق بالشكل:

U_1: يضم (3 كرات حمراء وكرتين زرقاوين وكرة خضراء)

U_2: يضم (كرتين حمراوين وكرتين زرقاوين وكرة خضراء)

U_3: يضم (3 كرات حمراء وكرة زرقاء) ، والمطلوب:

1- ارسم مخططاً شجرياً يمثل نتائج التجربة السابقة.

2- احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

3- إذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء، ما احتمال أن تكون من الصندوق الثالث؟

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $]-1,+\infty[$ وفق : $f(x) = \ln(x+1)$

ليكن C_g الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ وفق : $g(x) = \frac{x}{x+1}$

1- أثبت أن C_1 , C_2 متماسين في المبدأ ثم أوجد معادلة المماس المشترك لهما عنده

2- ادرس تغيرات f , g واستنتج كل مقارب

3- ارسم C_1 , C_2 والمماس المشترك

4- احسب مساحة السطح المحصور بين C و $x'x$ والمستقيم الذي معادلته $x = 2$

انتهت الأسئلة

RIE

RASOUL

INTERNATIONAL EDUCATION