



# أسس الهندسة الكهربائية لطلاب السنة الثانية 2020-2021

**Dr. Ghada Aldahim**  
[ghadadh@ghadadh@gmail.com](mailto:ghadadh@ghadadh@gmail.com)

# Chapter 5

## Methods of circuit analysis

الفصل الخامس  
طرق تحليل الدارات

# References

1. Charles K. Alexander, Matthew N. O. Sadiku, “Fundamentals of Electric Circuits”, 2nd Ed, McGraw Hill, 2009.  
ISBN 978–0–07–352955–4

# 5. Methods of circuit Analysis

## 5.1 Introduction

مقدمة

## 5.2 Nodal Analysis

تحليل العقد

## 5.3 Nodal Analyses by Inspection

تحليل العقد بطريقة مبسطة

## 5.4 Mesh Analysis

تحليل الحلقة

## 5.5 Mesh Analysis by Inspection

تحليل الحلقة بطريقة مبسطة

## 5.6 Mesh Analysis with Current Sources

تحليل الحلقة بوجود منابع التيار

## Review Questions

## 5.5 Mesh Analysis by Inspection

### تحليل الحلقة بطريقة مبسطة

➤ يمكننا الحصول على **معادلات تيارات الحلقة** بطريقة مبسطة عندما تحتوي دارة المقاومات الخطية على **منابع توتر مستقلة فقط**.

➤ بشكل عام، إذا كان للدارة عدد  $N$  من الحلقات فإنه يمكن التعبير عن معادلات تيارات الحلقات بدلالة المقاومات كما يلي:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1N} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{N1} & R_{N2} & \dots & R_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_N \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\mathbf{Ri} = \mathbf{v} \quad (3.26)$$

$R_{kk}$  = مجموع المقاومات في الحلقة k.

$R_{jk} = R_{kj}$  = مجموع المقاومات المشتركة بين الحلقتين z و k مأخوذاً بإشارة سالبة حيث z لا تساوي k.

$i_k$  = تيار الحلقة المجهول من أجل الحلقة k مأخوذاً باتجاه عقارب الساعة.

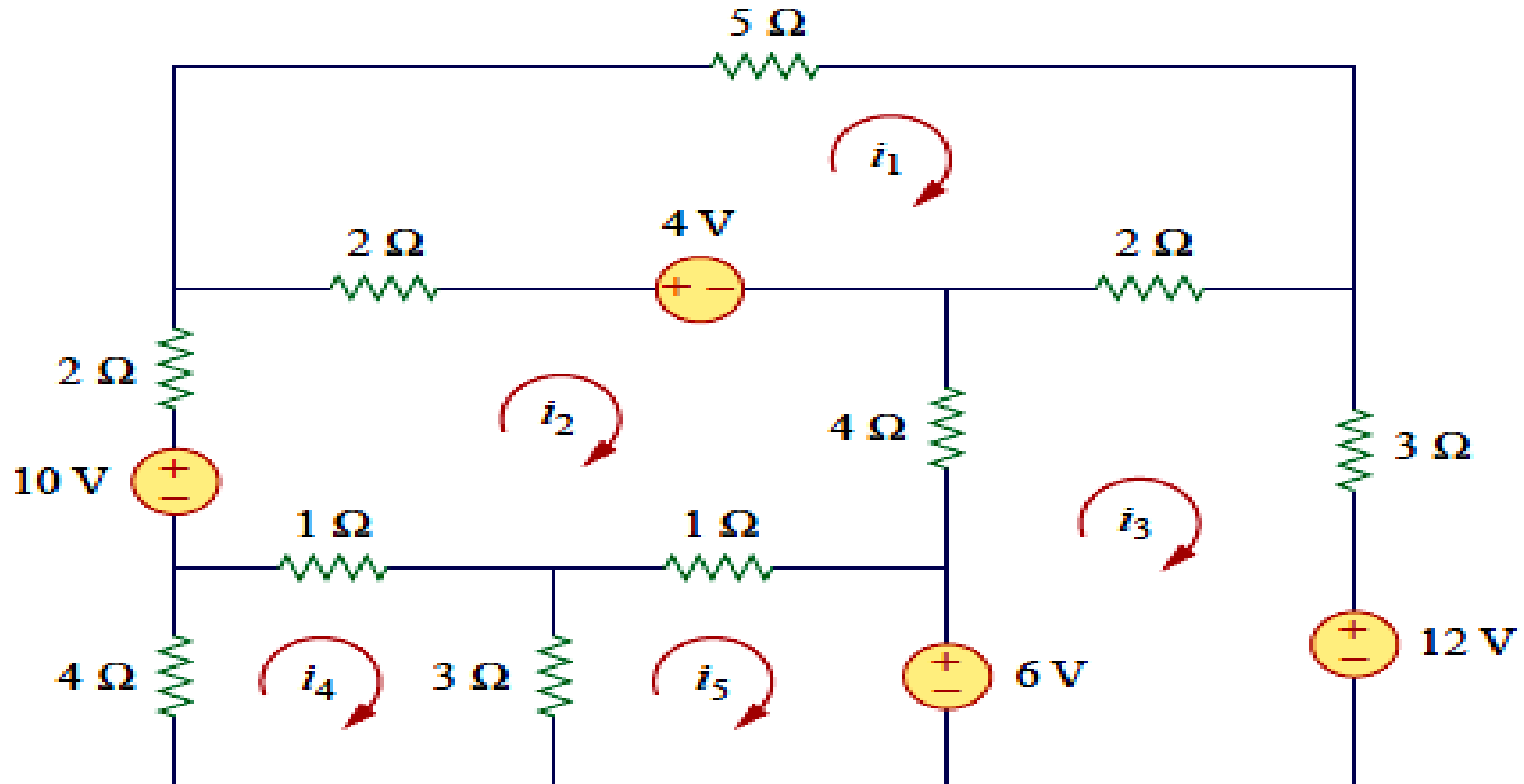
$V_k$  = مجموع كل منابع التوتر المستقلة في الحلقة k باتجاه عقارب الساعة.

R is called the **resistance matrix**;  $i$  is the output vector; and  $v$  is the input vector. We can solve Eq. (3.25) to obtain the unknown mesh currents.

تسمى R مصفوفة المقاومة.  $i$  هو شعاع الخرج؛ و  $v$  هو شعاع الدخل. يمكننا حل المعادلة (3.25) للحصول على التيارات المجهولة للحلقة.

## Example 5.9

By inspection, write the mesh-current equations for the circuit in Fig. 3.29.



**Figure 3.29**



# Solution:

We have five meshes, so the resistance matrix is 5 by 5. The diagonal terms, in ohms, are:

$$R_{11} = 5 + 2 + 2 = 9,$$

$$R_{33} = 2 + 3 + 4 = 9,$$

$$R_{44} = 1 + 3 + 4 = 8,$$

$$R_{55} = 1 + 3 = 4$$

$$R_{22} = 2 + 4 + 1 + 1 + 2 = 10,$$

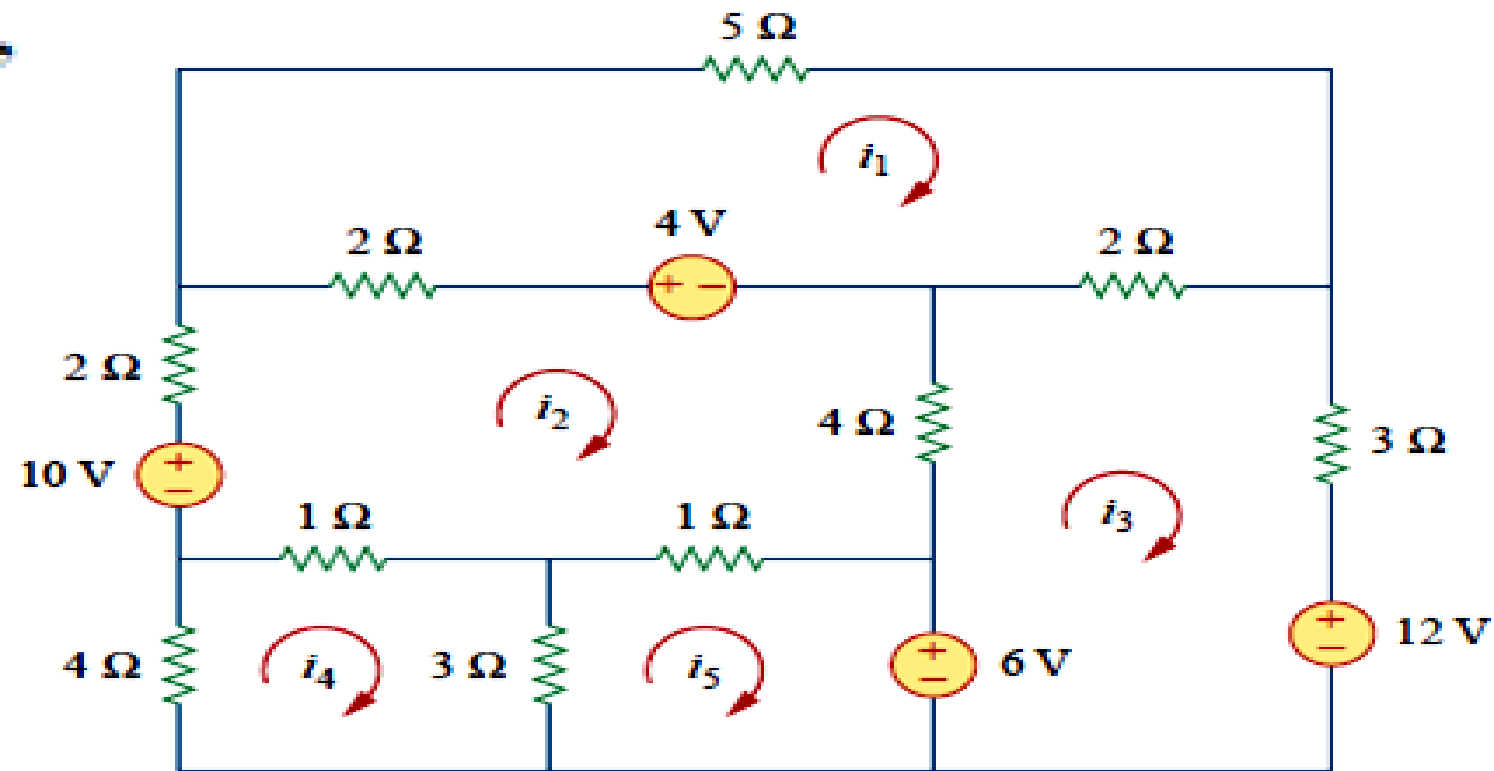


Figure 3.29

The off-diagonal terms are:

$$R_{12} = -2, \quad R_{13} = -2, \quad R_{14} = 0 = R_{15},$$

$$R_{21} = -2, \quad R_{23} = -4, \quad R_{24} = -1, \quad R_{25} = -1,$$

$$R_{31} = -2, \quad R_{32} = -4, \quad R_{34} = 0 = R_{35},$$

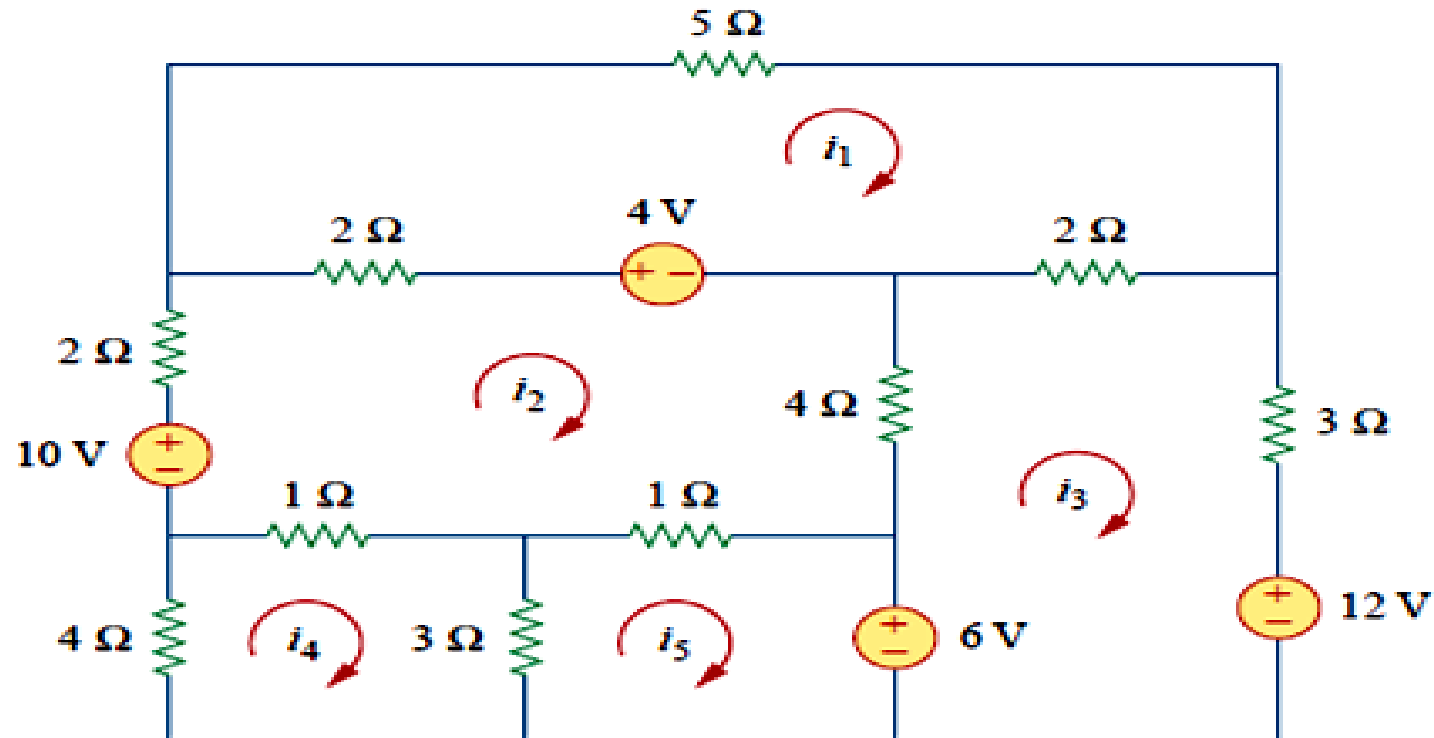
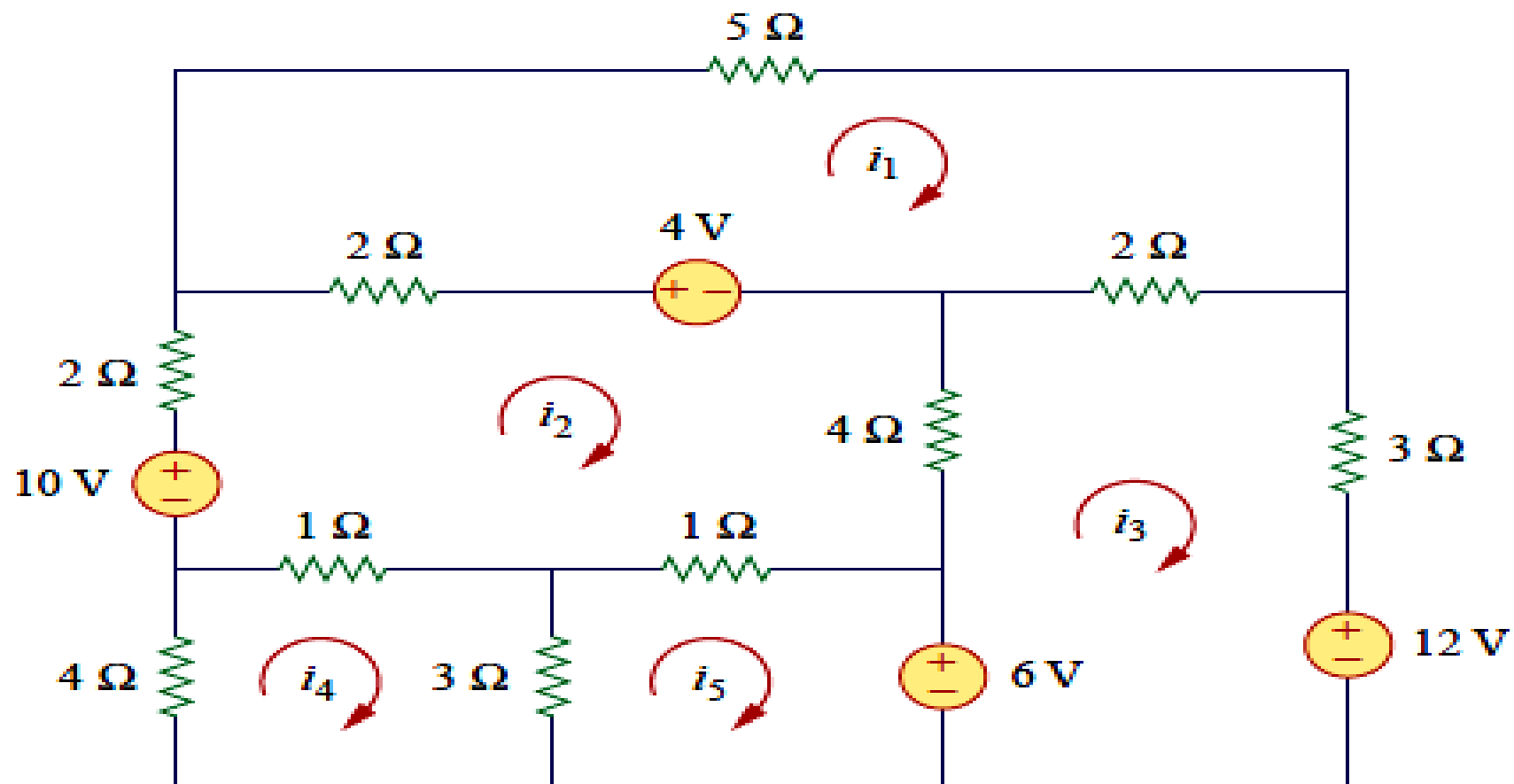


Figure 3.29

$$R_{41} = 0, \quad R_{42} = -1, \quad R_{43} = 0, \quad R_{45} = -3,$$

$$R_{51} = 0, \quad R_{52} = -1, \quad R_{53} = 0, \quad R_{54} = -3$$



**Figure 3.29**

The input voltage vector  $\mathbf{v}$  has the following terms in volts:

$$v_1 = 4,$$

$$v_2 = 10 - 4 = 6,$$

$$v_3 = -12 + 6 = -6,$$

$$v_4 = 0,$$

$$v_5 = -6$$

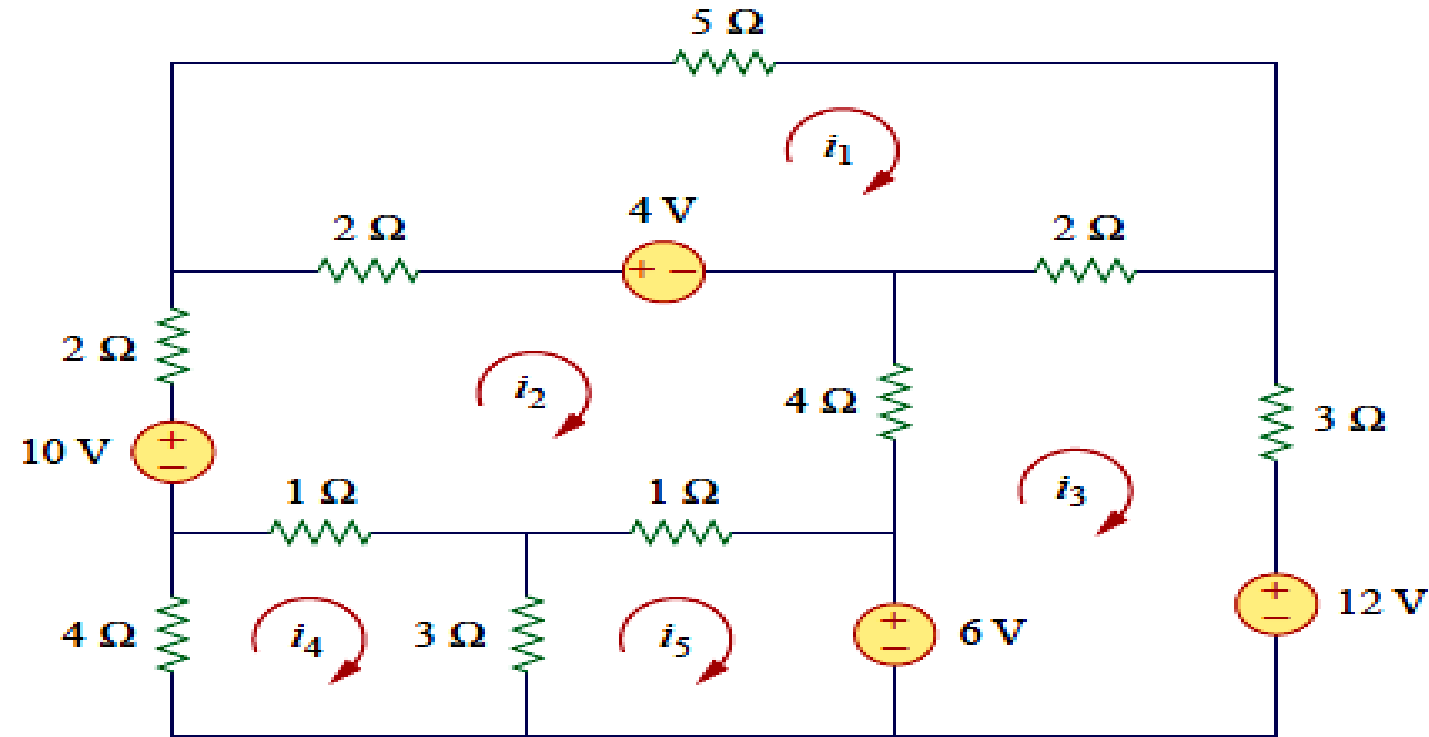


Figure 3.29

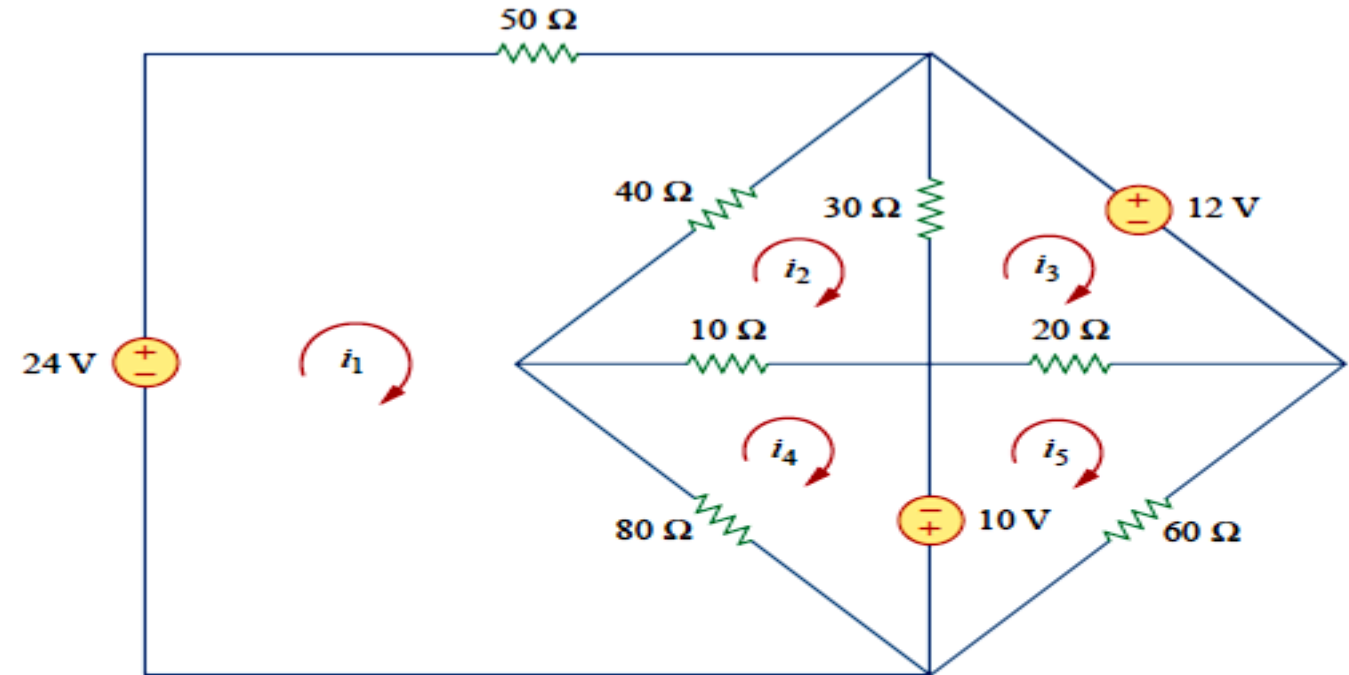
Thus, the mesh-current equations are:

$$\begin{bmatrix} 9 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 10 & -4 & -1 & -1 \\ -2 & -4 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 8 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -6 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}$$

From this, we can use *MATLAB* to obtain mesh currents  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ , and  $i_5$ .

# Practice Problem 5.9

By inspection, obtain the mesh-current equations for the circuit in Fig. 3.30.



**Figure 3.30**  
For Practice Prob. 3.9.

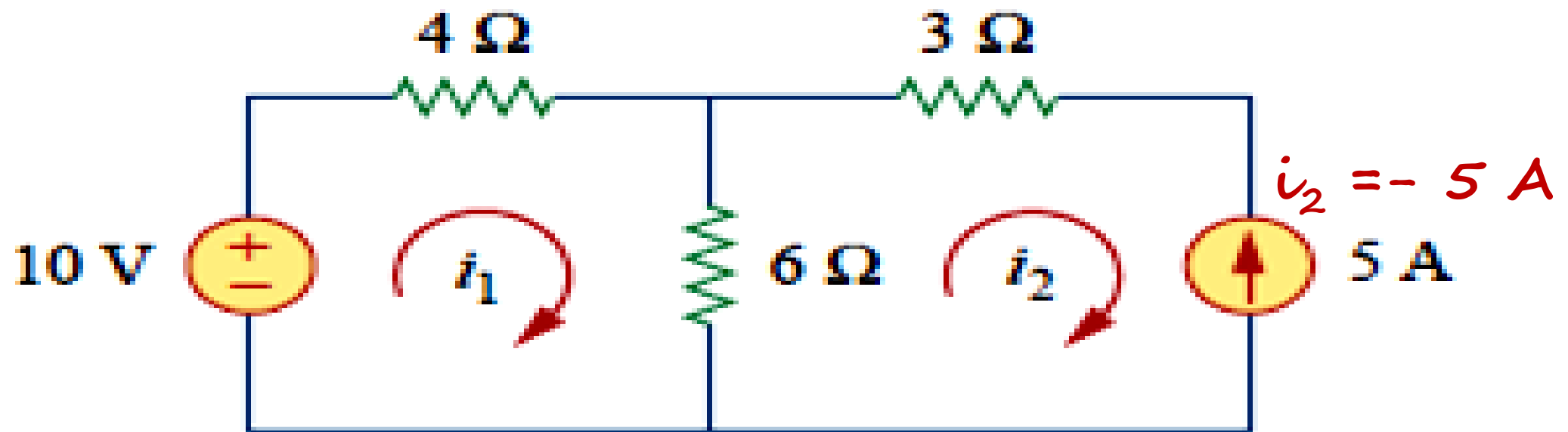
**Answer:**

$$\begin{bmatrix} 170 & -40 & 0 & -80 & 0 \\ -40 & 80 & -30 & -10 & 0 \\ 0 & -30 & 50 & 0 & -20 \\ -80 & -10 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & 0 & -20 & 0 & 80 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 0 \\ -12 \\ 10 \\ -10 \end{bmatrix}$$

## 5.6 Mesh Analysis with Current Sources

الحالة الأولى:

عندما يوجد منبع تيار في حلقة واحدة فقط. كما في الشكل 3.22 على سبيل المثال.



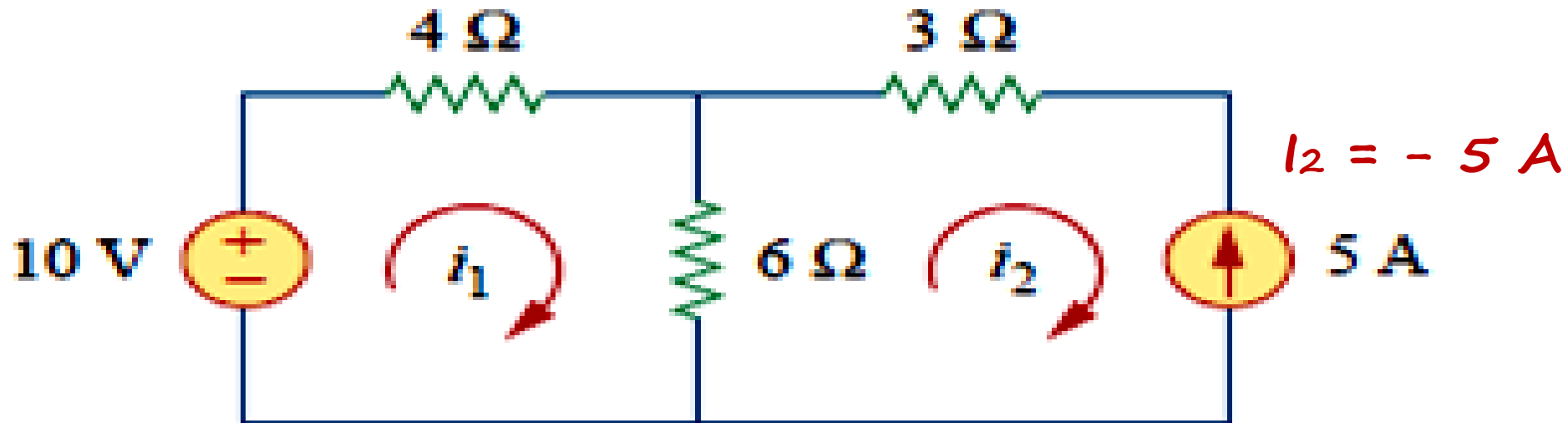
**Figure 3.22**

**A circuit with a current source.**

نضع  $i_2 = -5 A$  ونكتب معادلة الحلقة الأخرى بنفس الطريقة الاعتيادية وبذلك يكون:

$$-10 + 4i_1 + 6(i_1 - i_2) = 0$$

$$\Rightarrow i_1 = -2 A \quad (3.17)$$



**Figure 3.22**

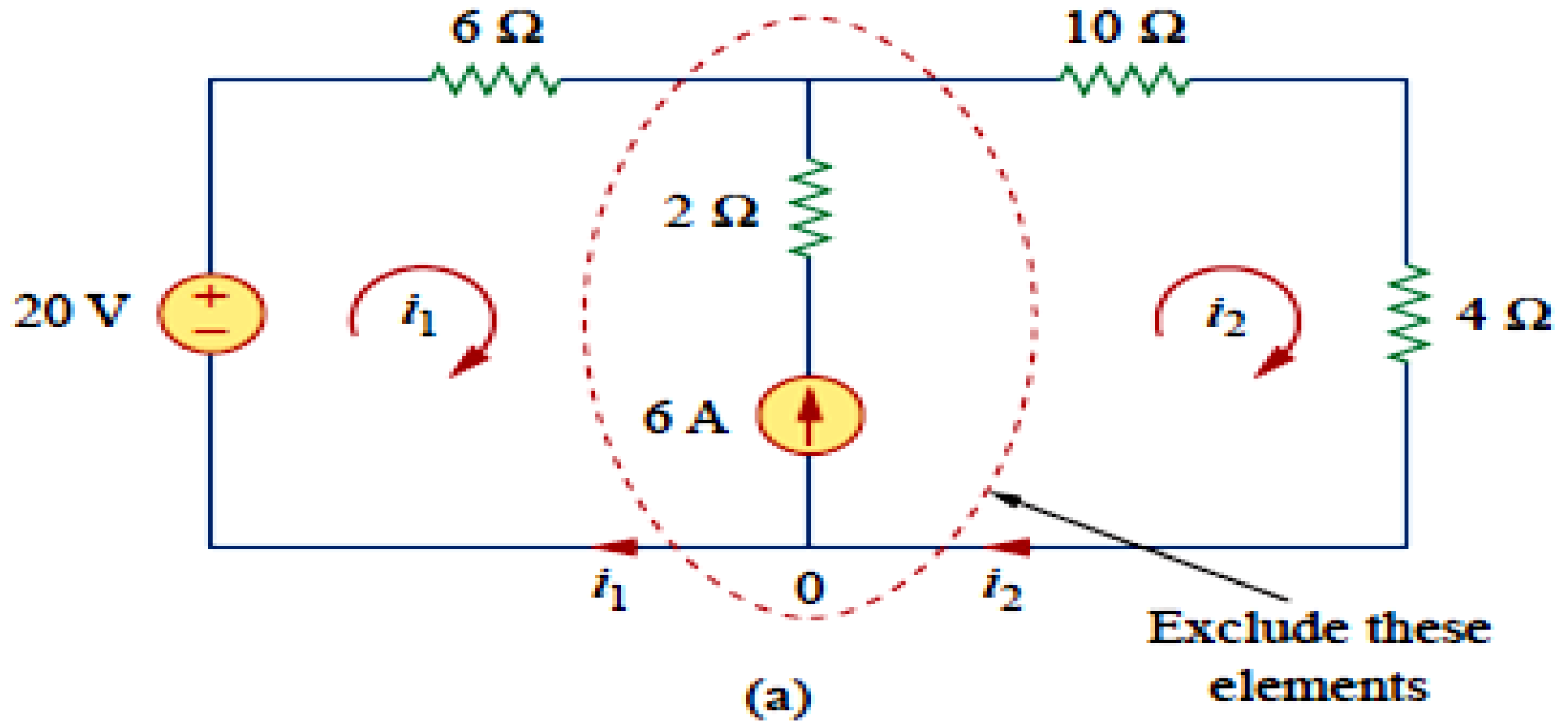
**A circuit with a current source.**

## الحالة الثانية:

تنتج **الحلقة العامة supermesh** عندما يكون لـ حلقتين فرع مشترك يحوي منبع تيار (مستقل أو غير مستقل) .

عندما يوجد منبع تيار بين حلقتين كما في الشكل 3.23(a) على سبيل المثال فإنه يمكن تشكيل **الحلقة العامة supermesh** وذلك باستبعاد منبع التيار وأي من العناصر الموصولة معه على التسلسل كما في الشكل 3.23(b).

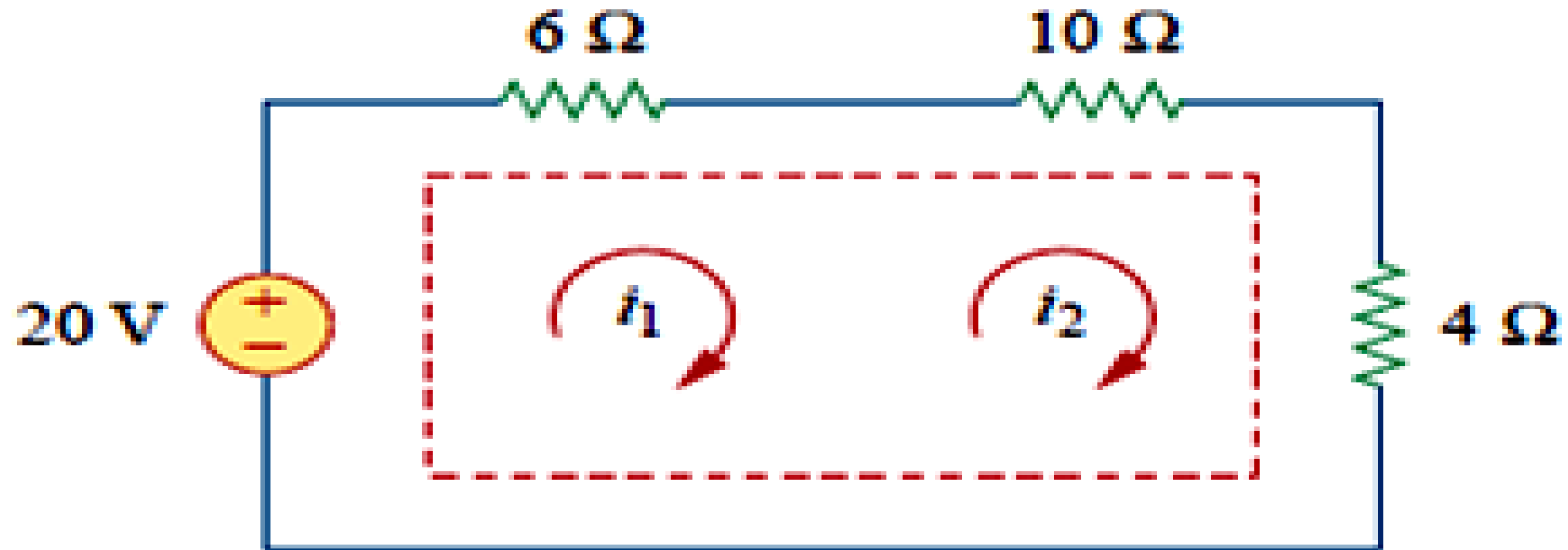




**Figure 3.23**

**(a) Two meshes having a current source in common.**

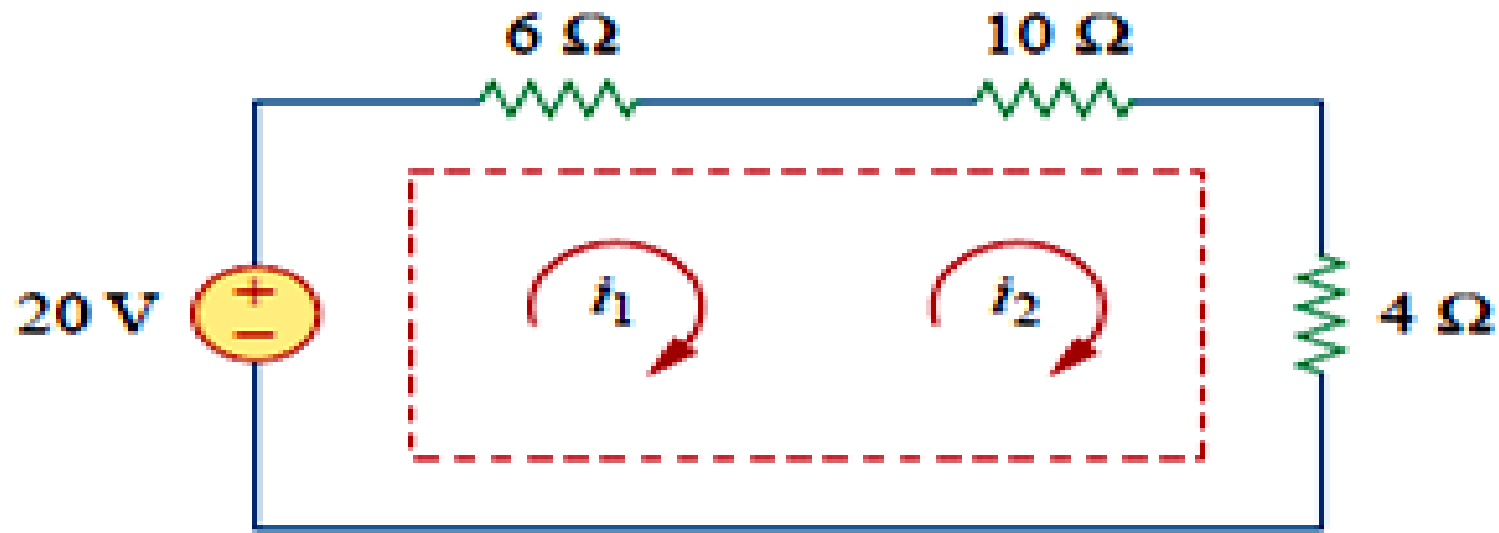
بحذف الفرع الذي يحوي منبع التيار:



(b)

(b) a supermesh, created by excluding the current source.

١- نطبق قانون كيرشوف بالتوتر على الحلقة العامة supermesh في الشكل 3.23(b) كما هو الحال في أي حلقة أخرى فنجد :

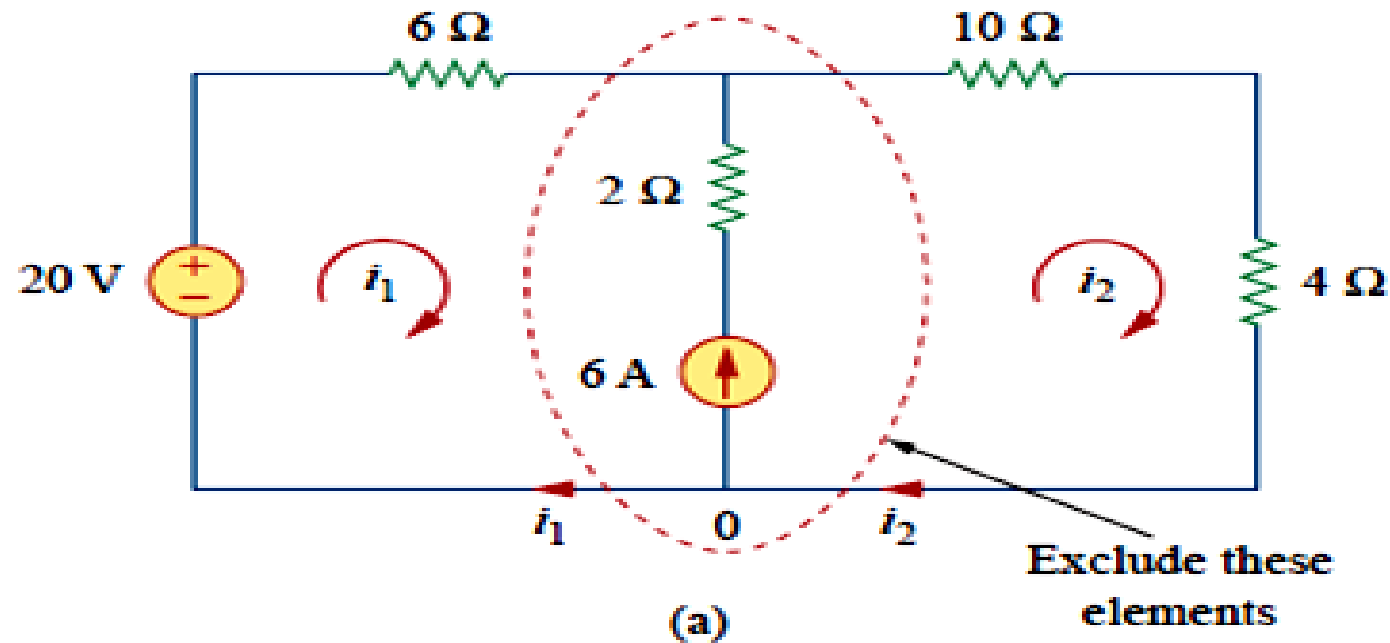


(b)

$$-20 + 6i_1 + 10i_2 + 4i_2 = 0$$

$$6i_1 + 14i_2 = 20 \quad (3.18)$$

٢- نطبق قانون كيرشوف بالتيار على عقدة في الفرع حيث تتقاطع الحلقتان.  
 فبتطبيق KCL على العقدة  $\bullet$  في الدارة 3.23(a) نجد:



$$i_2 = i_1 + 6 \quad (3.19)$$

Solving Eqs. (3.18) and (3.19), we get

$$i_1 = -3.2 \text{ A}, \quad i_2 = 2.8 \text{ A} \quad (3.20)$$

**END OF LECTURE**